Esercizi di consolidamento

Equazioni di grado superiore al secondo

Risolvi in R, mediante scomposizione, le seguenti equazioni di grado superiore al secondo.

1 esercizio **guidato**

$2x^4 + x^3 - 18x^2 - 9x = 0$

Scomponiamo il polinomio al primo membro mediante raccoglimento a fattor comune:

$x(2x^3 + x^2 - 18x - 9) = 0 \quad \rightarrow \quad x[x^2(2x+1) - 9(2x+1)] = 0 \quad \rightarrow \quad x(2x+1)(x^2 - 9) = 0$

Applichiamo la legge di annullamento del prodotto: $x = 0 \quad \vee \quad 2x + 1 = 0 \quad \vee \quad x^2 - 9 = 0$

Risolvendo la seconda e la terza equazione otteniamo: $x = -\dfrac{1}{2} \quad \vee \quad x = \pm 3$

2	$3x^2 + 4x = 6x^3 + 2$	$3x(x+1) + 5x^3 + 5 = 0$	$\left[\frac{1}{2}, \pm\sqrt{\frac{2}{3}};\ -1\right]$
3	$x^3 + x^2 - x - 1 = 0$	$3x^2(2x-3) = 2x - 3$	$\left[-1, 1;\ \frac{3}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$
4	$x^3 - x^2 - 16x + 16 = 0$	$(x+1)^3 = 5(x+1)$	$[\pm 4, 1;\ -1, -1 \pm \sqrt{5}]$
5	$x^3 - 8x^2 - 11x + 18 = 0$	$x^3 + 3x^2 = 13x + 15$	$[-2, 1, 9;\ -5, -1, 3]$
6	$x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$	$2x^3 - 9x^2 - 38x + 21 = 0$	$\left[\pm 1;\ -3, \frac{1}{2}, 7\right]$
7	$4x^3 - x^2 - 11x - 6 = 0$	$2x^3 + 7x^2 + 2x - 3 = 0$	$\left[-1, -\frac{3}{4}, 2;\ -3, -1, \frac{1}{2}\right]$
8	$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$	$10x = 5x^3 - x^4 - 4$	$[-2, -1, 2, 3;\ -1, 2, 2 \pm \sqrt{6}]$
9	$15x^3 - 19x^2 = 19x - 15$	$2x^4 + 5x^3 = 5x + 2$	$\left[-1, \frac{3}{5}, \frac{5}{3};\ \pm 1, -2, -\frac{1}{2}\right]$
10	$3x^4 + 10x(x^2 - 1) = 3$		$\left[-3, -\frac{1}{3}, \pm 1\right]$
11	$4x^3 + 13x^2 = 13x + 4$		$\left[1, -\frac{1}{4}, -4\right]$
12	$2(x^2 + 5) = \dfrac{3(3x^2+1)}{x}$		$\left[1, \frac{1}{2}, 3\right]$
13	$\dfrac{x^2 - 4}{4x^2 - 1} = x - 2$		$\left[1, 2, -\frac{3}{4}\right]$
14	$\dfrac{2(4x+1)}{x^2 + 2x} - \dfrac{7x+2}{x} = \dfrac{2x^2 - 1}{x + 2}$		$\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$

15 $\dfrac{x^3+4}{x^2+5x+4}=\dfrac{3x+4}{x+1}$ $[-2,\ 6]$

Risolvi in R le seguenti equazioni binomie.

16 **esercizio guidato**

a. $x^6-64=0$ **b.** $x^4+16=0$ **c.** $3x^5+32=0$

a. $x^6-64=0 \quad\rightarrow\quad x^6=64 \quad\rightarrow\quad x=\pm\sqrt[6]{64} \quad\rightarrow\quad x=\pm 2$

b. $x^4+16=0 \quad\rightarrow\quad x^4=-16 \quad\rightarrow\quad$ impossibile in R

c. $3x^5+32=0 \quad\rightarrow\quad x^5=-\dfrac{32}{3} \quad\rightarrow\quad x=\sqrt[5]{-\dfrac{32}{3}} \quad\rightarrow\quad x=-\dfrac{2}{\sqrt[5]{3}}$

17 $27x^3+1=0$ $8x^6-125=0$ $\left[-\dfrac{1}{3};\ \pm\sqrt{\dfrac{5}{2}}\right]$

18 $x^4-1=0$ $x^9+1=0$ $[\pm 1;\ -1]$

19 $243-x^5=0$ $81x^8-1=0$ $\left[3;\ \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$

20 $8x^3+1=0$ $9x^4-16=0$ $\left[-\dfrac{1}{2};\ \pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

21 $8x^3-9=0$ $49x^4-9=0$ $\left[\sqrt[3]{\dfrac{9}{2}};\ \pm\sqrt{\dfrac{3}{7}}\right]$

Risolvi in R le seguenti equazioni trinomie.

22 **esercizio guidato**

$4x^4-13x^2+3=0$

Si tratta di un'equazione biquadratica; poniamo $x^2=t$ e risolviamo l'equazione di secondo grado ottenuta:

$4t^2-13t+3=0 \qquad t=\dfrac{13\pm\sqrt{169-48}}{8}=\dfrac{13\pm 11}{8}=\begin{cases}\dfrac{1}{4}\\ 3\end{cases}$

Se adesso sostituiamo al posto di t i valori trovati otteniamo le due equazioni binomie:

$x^2=\dfrac{1}{4}\ \vee\ x^2=3$ dalle quali ricaviamo che $x=\pm\dfrac{1}{2}\ \vee\ x=\pm\sqrt{3}$

23 $2x^4-5x^2+2=0$ $x^6-8x^3-9=0$ $\left[\pm\sqrt{2},\ \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2};\ \sqrt[3]{9},\ -1\right]$

24 $x^{10}-13x^5+36=0$ $-x^6-4x^3+45=0$ $[\sqrt[5]{4},\ \sqrt[5]{9};\ -\sqrt[3]{9},\ \sqrt[3]{5}]$

25 $x^4-18x^2+81=0$ $x^6-3x^3-28=0$ $[\pm 3;\ -\sqrt[3]{4},\ \sqrt[3]{7}]$

26 $x^4-7x^2+12=0$ $8x^6+15x^3-2=0$ $\left[\pm 2,\ \pm\sqrt{3};\ \dfrac{1}{2},\ -\sqrt[3]{2}\right]$

27 $4x^8+63x^4-16=0$ $\quad x^6+16x^3+15=0$ $\quad\left[\pm\frac{\sqrt{2}}{2};\ -1,\ -\sqrt[3]{15}\right]$

28 $2x^4-11x^2+9=0$ $\quad x^4-4x^2-5=0$ $\quad\left[\pm\frac{3\sqrt{2}}{2},\ \pm 1;\ \pm\sqrt{5}\right]$

29 $2x^4+5x^2-3=0$ $\quad x^6-26x^3-27=0$ $\quad\left[\pm\frac{\sqrt{2}}{2};\ -1,\ 3\right]$

30 $36x^4+23x^2-3=0$ $\quad x^4-8x^2+4=0$ $\quad\left[\pm\frac{1}{3};\ \pm(\sqrt{3}-1),\ \pm(1+\sqrt{3})\right]$

31 $2x^4-9x^2+4=0$ $\quad x^8+4x^4+3=0$ $\quad\left[\pm 2,\ \pm\frac{\sqrt{2}}{2};\ \text{impossibile}\right]$

32 $9\sqrt{3}x^5+x^{10}=x^5+9\sqrt{3}$ $\quad x^6-(2\sqrt{2}-1)x^3=2\sqrt{2}$ $\quad[-\sqrt{3},\ 1;\ -1,\ \sqrt{2}]$

33 $4x^3+x^3(3+8x^3)=1$ $\quad x^4-x^2(8-4\sqrt{2})+4\sqrt{2}-9=0$ $\quad\left[\frac{1}{2},\ -1;\ \pm(1-2\sqrt{2})\right]$

34 $2x^6-(9+4\sqrt{2})x^3+18\sqrt{2}=0$ $\quad x^4-4x^2(\sqrt{2}+1)+16\sqrt{2}=0$ $\quad\left[\sqrt{2},\ \sqrt[3]{\frac{9}{2}};\ \pm 2,\ \pm 2\sqrt[4]{2}\right]$

35 $\frac{1}{x^4}+x^4=2$ $\quad x^5=33-\frac{32}{x^5}$ $\quad[\pm 1;\ 1,\ 2]$

36 $\frac{1}{1+3x^4}-\frac{3}{28x^2}=0$ $\quad \frac{x^2-3}{x^2+1}-\frac{5}{x^2-4}=\frac{2}{3}$ $\quad\left[\pm\frac{1}{3},\ \pm\sqrt{3};\ \pm 1,\ \pm\sqrt{29}\right]$

37 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-4}+\frac{2x-6}{x^2}=\frac{4(2x-5)}{4x^2-x^4}$ $\quad[\pm 1]$

Risolvi in R le seguenti equazioni di grado superiore al secondo di vario genere.

38 $\frac{16x-17}{2x-3}+(2x^2-1)=\frac{2}{x}$ $\quad\left[1,\ \frac{1}{2}\right]$

39 $\frac{2x+3}{3x}=\frac{3x-2}{x^2-2}$ $\quad[3]$

40 $\frac{x}{x^2-3}+\frac{2x}{x^2+3}=1$ $\quad[-\sqrt[3]{3},\ 3]$

41 $\frac{x^2-1}{x+5}+\frac{x+5}{x^2-1}=2$ $\quad[-2,\ 3]$

42 $\frac{8}{27(x-x^2)}-x=\frac{1}{3x}$ $\quad\left[\frac{1}{3}\right]$

43 $\frac{x^2+2x-4}{2}=\frac{x^4-x-1}{x^2+1}$ $\quad[1]$

44 $\frac{x^3+4}{x^3+2}=\frac{4}{x^3-1}-\frac{6}{x^6+x^3-2}$ $\quad[\sqrt[3]{3}]$

45 $\frac{x+2}{9x^2}-\frac{x^2}{4x+8}=\frac{1}{4}$ $\quad\left[1,\ -\frac{2}{3}\right]$

46 $\frac{2(2x^3+3)}{x^2-1}+\frac{x+1}{4(x^4-1)}=\frac{6x}{x^2+1}+\frac{6x+12x^4+7}{x^4-1}$ $\quad\left[3,\ \frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right]$

47 $\frac{1}{3}(2x-1)^3+\frac{4}{3}=(2x-1)^2$ $\left[0,\ \frac{3}{2}\right]$

48 $3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(x+\frac{1}{3}\right)^3=4$ $\left[-\frac{7}{3},\ \frac{2}{3}\right]$

49 $\frac{x^2-1}{4-x}-\frac{1}{x+1}=1-\frac{3x}{4(x^2-1)}$ $\left[-2,\ \frac{3}{2}\right]$

50 $(2x^3-2x^2)^3=(x^3+x-2)^3$ $[-1,\ 1,\ 2]$

51 $\frac{1}{6}(2-x)^3+\frac{4}{3}-2(x-2)=4x-x^2-4$ $[4]$

Disequazioni di grado superiore al secondo

Risolvi le seguenti disequazioni intere di grado superiore al secondo.

52 **esercizio guidato**

$2x^3-9x^2\leq -7x-6$

Scriviamo prima la disequazione in forma normale e poi scomponiamo:

$$2x^3-9x^2+7x+6\leq 0 \qquad \rightarrow \qquad (x-2)(2x^2-5x-3)\leq 0$$

I fattore $x-2\geq 0$ $x\geq 2$

II fattore $2x^2-5x-3\geq 0$ $x\leq -\frac{1}{2}\ \vee\ x\geq 3$

Costruiamo la tabella dei segni:

		$-\frac{1}{2}$		2		3		R
I fattore	−		−	•	+		+	
II fattore	+	•	−		−	•	+	
prodotto	−	•	+	•	−	•	+	

L'insieme delle soluzioni è costituito dagli intervalli in cui il prodotto è negativo, cioè

$x\leq -\frac{1}{2}\ \vee\ 2\leq x\ \leq\ 3.$

53 $x^3-5x^2+x-5<0$ $x^3+x^2-9x-9\geq 0$ $[x<5;\ -3\leq x\leq -1\ \vee\ x\geq 3]$

54 $4x^3-5x^2-7x+2\leq 0$ $x^4-1\leq 0$ $\left[x\leq -1\ \vee\ \frac{1}{4}\leq x\leq 2;\ -1\leq x\leq 1\right]$

55 $x^4+x\geq 0$ $x^3-3x^2+4>0$ $[x\leq -1\ \vee\ x\geq 0;\ x>-1\ \wedge\ x\neq 2]$

56 $x^3-27\geq 0$ $x^4-16\geq 0$ $[x\geq 3;\ x\leq -2\ \vee\ x\geq 2]$

57 $(x+1)^3-9x-9<0$ $x^3+x<0$ $[x<-4\ \vee\ -1<x<2;\ x<0]$

58 $4x^3-13x^2-13x+4>0$ $x^4-8x^2<0$ $\left[-1<x<\frac{1}{4}\ \vee\ x>4;\ -2\sqrt{2}<x<2\sqrt{2}\ \wedge\ x\neq 0\right]$

59 $x^3 - 13x + 12 \geq 0$ $\quad$ $9x^4 - 16 > 0$ $\quad$ $\left[-4 \leq x \leq 1 \ \vee \ x \geq 3; \ x < -\frac{2\sqrt{3}}{3} \ \vee \ x > \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

60 $9x^5 - 9x^4 - x^3 + x^2 < 0$ $\quad$ $(3x^2 + 1)(x - 2) < -12$ $\quad$ $\left[x < -\frac{1}{3} \ \vee \ \frac{1}{3} < x < 1; \ x < -1\right]$

61 $2x^4 - 7x^3 - 10x^2 + 24x > 0$ $\quad$ $x - 9x^3 \leq 0$ $\quad$ $\left[x < -2 \ \vee \ 0 < x < \frac{3}{2} \ \vee \ x > 4; \ -\frac{1}{3} \leq x \leq 0 \ \vee \ x \geq \frac{1}{3}\right]$

62 $\frac{x^3 + 1}{4} > x + 1$ $\quad$ $(x^2 - x)(3 - 2x) < -2$ $\quad$ $\left[\frac{1 - \sqrt{13}}{2} < x < -1 \ \vee \ x > \frac{1 + \sqrt{13}}{2}; \ x > 2\right]$

63 $x^3 + 5x^2 + 8x + 4 > 0$ $\quad$ $4x^3 - x < 8x^2 - 2$ $\quad$ $\left[x > -1; \ x < -\frac{1}{2} \ \vee \ \frac{1}{2} < x < 2\right]$

64 $5x^3 - 12x^2 - 12x + 5 < 0$ $\quad$ $\left[x < -1 \ \vee \ \frac{17 - 3\sqrt{21}}{10} < x < \frac{17 + 3\sqrt{21}}{10}\right]$

65 $(x - 1)^3 - 8(x^2 - 2x + 1) - (x - 1) + 8 \leq 0$ $\quad$ $[x \leq 0 \ \vee \ 2 \leq x \leq 9]$

Risolvi le seguenti disequazioni.

66 $-6x^3 + 19x^2 - 2x - 3 < 0$ $\quad$ $\left[-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2} \ \vee \ x > 3\right]$

67 $3x^2 + x^3 \geq 4$ $\quad$ $[x = -2 \ \vee \ x \geq 1]$

68 $2(x^3 + 1) - 3x^2 \geq 1$ $\quad$ $\left[x \geq -\frac{1}{2}\right]$

69 $(x^2 + 3x)(2x - 1) > x + 3$ $\quad$ $\left[-3 < x < -\frac{1}{2} \ \vee \ x > 1\right]$

70 $(3x - 4)(x^2 - 1) \leq 4(x - 1)^2$ $\quad$ $\left[x \leq 0 \ \vee \ 1 \leq x \leq \frac{5}{3}\right]$

71 $\frac{9}{4}(x + 2)^3 - x > 2$ $\quad$ $\left[-\frac{8}{3} < x < -2 \ \vee \ x > -\frac{4}{3}\right]$

72 $\frac{(x + 4)^3}{9} - x \geq 4$ $\quad$ $[-7 \leq x \leq -4 \ \vee \ x \geq -1]$

73 $x^3 + 1 \geq 3\left(x - \frac{1}{3}\right)$ $\quad$ $[x \geq -2]$

74 $4(x + 1) - \frac{1}{4}(x + 2)^3 + 4 < 0$ $\quad$ $[-6 < x < -2 \ \vee \ x > 2]$

75 $5x^4 \leq \frac{16}{125}$ $\quad$ $\left[-\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{2}{5}\right]$

76 $x^4 - 3x^2 - 4 < 0$ $\quad$ $[-2 < x < 2]$

77 $3 - x^2 > \frac{1}{4}\sqrt{3}x^2(\sqrt{3} - x)$ $\quad$ $\left[-\frac{2}{3}\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \ \vee \ x > 2\sqrt{3}\right]$

78 $x^4 + 10x^2 + 3 < \frac{2}{3}x^2$ $\quad$ [impossibile]

79 $x^4 + \frac{1}{3}x^2 - 3 < 9x^2$ $[-3 < x < 3]$

80 $1 - \frac{3}{2}x(x^2 + 1) \leq x^4$ $\left[x \leq -2 \;\vee\; x \geq \frac{1}{2}\right]$

81 $6x^3 - x^6 \leq 5$ $[x \leq 1 \;\vee\; x \geq \sqrt[3]{5}]$

82 $(x^2 + 1)^2 - 2x^3 \geq 2x - 3(x^4 - 1)$ $\left[x \leq -\frac{1}{2} \;\vee\; x \geq 1\right]$

83 $x^4 - 64 \leq x^2 + 8$ $[-3 \leq x \leq 3]$

84 $\dfrac{(x^2 - 4)(x^2 + 4x + 4)}{3x^2 + 1} > 0$ $[x < -2 \;\vee\; x > 2]$

85 $\dfrac{(x^2 - 12)(x^2 + 12)}{(x - 1)^2} \leq 0$ $[-2\sqrt{3} \leq x < 1 \;\vee\; 1 < x \leq 2\sqrt{3}]$

86 $\dfrac{x^3 + 1}{3x^2 - 18} < 0$ $\dfrac{x + x^3}{2x^2 + 8x + 9} > 0$ $[x < -\sqrt{6} \;\vee\; -1 < x < \sqrt{6};\ x > 0]$

87 $\dfrac{3x^2 - 5x - 2}{x^4 - 1} \geq 0$ $\dfrac{(4x^2 + 5)(3x^2 + 1)}{x^2 + 9} \leq 0$ $\left[x < -1 \;\vee\; -\frac{1}{3} \leq x < 1 \;\vee\; x \geq 2;\ \text{impossibile}\right]$

88 $\dfrac{(x^3 - 8)(x^2 - 9)}{x^3 - 1} \geq 0$ $[x \leq -3 \;\vee\; 1 < x \leq 2 \;\vee\; x \geq 3]$

89 $\dfrac{x^5 - x^2}{(x^2 - 1)(x^2 + \sqrt{2})} < 0$ $[x < -1]$

90 $\dfrac{(x^2 - 2x - 15)(3x - 2 - x^2)}{x^3 - 6x^2 + 8x} > 0$ $[x < -3 \;\vee\; 0 < x < 1 \;\vee\; 4 < x < 5]$

91 $\dfrac{(3x^2 + 3)(x^2 - 25)}{2x^4 - 2} \geq 0$ $[x \leq -5 \;\vee\; -1 < x < 1 \;\vee\; x \geq 5]$

Equazioni irrazionali

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali contenenti un solo radicale.

92 **esercizio guidato**

$\sqrt[3]{x - 1} = 2x - 3$

Il radicale è di indice dispari e quindi basta risolvere l'equazione che si ottiene elevando al cubo i due membri dell'equazione data:

$x - 1 = (2x - 3)^3 \quad \rightarrow \quad 8x^3 - 36x^2 + 53x - 26 = 0$

Scomponiamo il polinomio al primo membro: $(x - 2)(8x^2 - 20x + 13) = 0$

Applichiamo la legge di annullamento del prodotto:

- $x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2$
- $8x^2 - 20x + 13 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{10 \pm \sqrt{100 - 104}}{8} \quad \rightarrow$ impossibile in R

93 $\sqrt[3]{2x^2 - 1} + 1 = 0$ $[0]$

94 $\sqrt[3]{x^3 - 2x} = x - 2$ $\left[1,\ \frac{4}{3}\right]$

95 $\sqrt[3]{x^2 - 4} = 2 - x$ $[2]$

96 $\sqrt[3]{x^3 + 8} = x + 2$ $[-2,\ 0]$

97 $\sqrt[3]{x - 3} = 2x - 6$ $\left[3,\ \frac{12 \pm \sqrt{2}}{4}\right]$

98 $\sqrt[3]{x} = 2x + 1$ $[-1]$

99 **esercizio guidato**

$\sqrt{2x^2 - 5x - 3} = x - 1$

I metodo

Eleviamo al quadrato i due membri dell'equazione e sviluppiamo i calcoli:

$$2x^2 - 5x - 3 = (x-1)^2 \;\rightarrow\; 2x^2 - 5x - 3 = x^2 - 2x + 1 \;\rightarrow\; x^2 - 3x - 4 = 0 \;\rightarrow\; x = \begin{cases} -1 \\ 4 \end{cases}$$

Procediamo alla verifica delle soluzioni:

- per $x = -1$: $\sqrt{2 + 5 - 3} = -2$ $\rightarrow$ $2 = -2$ falso
- per $x = 4$: $\sqrt{32 - 20 - 3} = 3$ $\rightarrow$ $3 = 3$ vero

L'unica soluzione accettabile è quindi 4.

II metodo

La condizione di equivalenza è: $x - 1 \geq 0 \;\rightarrow\; x \geq 1$

Elevando al quadrato si ottiene la stessa equazione precedente che ha soluzioni $x = -1 \vee x = 4$.

Di esse solo la seconda è accettabile perché soddisfa la condizione di equivalenza.

100 $\sqrt{x^2 - 1} = x + 4$ $\sqrt{x^2 - 12x + 20} = x + 10$ $\left[-\frac{17}{8};\ -\frac{5}{2}\right]$

101 $\sqrt{x^3 - 1} = \sqrt{7}$ $\sqrt{1 - 4x} = 2$ $\left[2;\ -\frac{3}{4}\right]$

102 $\sqrt{x + 3} = x + 1$ $\sqrt{x + 4} = x + 3$ $\left[1;\ \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}\right]$

103 $\sqrt{x^3 - 7} = x - 1$ $\sqrt{5 - x^2} = \frac{1}{2}x - 2$ [2; impossibile]

104 $\sqrt{9x^2 + 1} = 3x - 5$ $\sqrt{x^2 - x - 12} - 3 = x$ [impossibile: -3]

105 $\sqrt{x^2 + x} = x - \frac{1}{2}$ $\sqrt{5x^2 - 1} - x = 2(x + 1)$ $\left[\text{impossibile};\ -\frac{1}{2}\right]$

106 $x - \sqrt{x + 5} = -3$ $\sqrt{6x + 1} = 2x - 3$ $[-1;\ 4]$

107 $\sqrt{x^2 - 4x} = x - 1$ $\sqrt{4x^2 + 7x - 2} = x + 2$ [impossibile; $1,\ -2$]

108 $\sqrt{9x^2 - 144} = 9$ $\sqrt{x^2 - x - 1} = x - 1$ $[5,\ -5;\ 2]$

109 $1+\sqrt{x^2-x-6}=x$ $\quad\sqrt{2x-3}-x=2$ [7; impossibile]

110 $1+\sqrt{x^2-2x+5}=x+\sqrt{5}-1$ $\quad\sqrt{x^2+5}=2x-1$ [2; 2]

111 $2x+4+\sqrt{x^2-4x-12}=3x$ $\quad 2\sqrt{10x+5}=1+4x$ $\left[7;\ \frac{4+\sqrt{35}}{4}\right]$

112 $x\cdot\sqrt{2x+1}=x+8$ [4]

113 $x\cdot\sqrt{x^2-4}=\sqrt{5}$ $[\sqrt{5}]$

114 $\sqrt{4x+5}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)=1$ $\left[-\frac{\sqrt{6}}{2}\right]$

115 $\sqrt{x^4-1}-1=x^2$ [impossibile]

116 $x\cdot\sqrt{9x^2+16}+3x^2=8$ [1]

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali che contengono due o più radicali.

117 **esercizio guidato**

$\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+1}=1+\sqrt{2}$

Risolviamo questa equazione determinando l'insieme di accettabilità delle soluzioni; tenendo presente che la somma di due radicali quadratici è sempre positiva o nulla e che il secondo membro è un numero positivo, dobbiamo risolvere il sistema

$$\begin{cases} 2x-1\geq 0 \\ x+1\geq 0 \end{cases} \qquad \text{e pertanto} \qquad E_1:\quad x\geq\frac{1}{2}$$

Eleviamo al quadrato i due membri dell'equazione

$$2x-1+x+1+2\sqrt{(2x-1)(x+1)}=1+2+2\sqrt{2} \quad\rightarrow\quad 2\sqrt{2x^2+x-1}=3+2\sqrt{2}-3x$$

Dobbiamo aggiungere l'ulteriore condizione $3+2\sqrt{2}-3x\geq 0$ cioè $x\leq\frac{3+2\sqrt{2}}{3}$.

L'insieme di accettabilità delle soluzioni diventa allora

$$\begin{cases} x\geq\frac{1}{2} \\ x\leq\frac{3+2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \qquad E_2:\quad \frac{1}{2}\leq x\leq\frac{3+2\sqrt{2}}{3}$$

Eleviamo di nuovo al quadrato:

$$4(2x^2+x-1)=\left(3+2\sqrt{2}-3x\right)^2 \quad\rightarrow\quad x^2-2x\left(11+6\sqrt{2}\right)+21+12\sqrt{2}=0 \quad\rightarrow$$

$$x=11+6\sqrt{2}\pm\sqrt{\left(11+6\sqrt{2}\right)^2-\left(21+12\sqrt{2}\right)}=11+6\sqrt{2}\pm\left(10+6\sqrt{2}\right)=\begin{cases} 1 \\ 21+12\sqrt{2} \end{cases}$$

Solo la prima soluzione appartiene a E_2, quindi 1.

Osserva che procedere alla verifica delle soluzioni sarebbe stato più complicato che determinare l'insieme di accettabilità.

118 **esercizio guidato**

$\sqrt{5-x}-\sqrt{x}=2$

Prima di determinare l'insieme E, riscrivi l'equazione trasportando il termine $\sqrt{x}$ al secondo membro in modo che i due membri siano entrambi positivi. $\left[\frac{5}{2}-\sqrt{6}\right]$

119 $\sqrt{4-x}-2\sqrt{x}=2$ $[0]$

120 $\sqrt{3+x}+2=\sqrt{x+19}$ $\sqrt{x+18}-3=\sqrt{x}$ $\left[6;\ \frac{9}{4}\right]$

121 $\sqrt[3]{x+8}=2+\sqrt[3]{x}$ $\sqrt{-3x-1}-\sqrt{4x+3}=0$ $\left[0,\ -8;\ -\frac{4}{7}\right]$

122 $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3-x}=\sqrt[3]{2}$ $\sqrt{x^2-5}+\sqrt{x^2+16}=7$ $[1,\ 3;\ \pm 3]$

123 $\sqrt{4x+2}-\sqrt{4x-2}=2$ $\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}=2$ $\left[\frac{1}{2};\ \pm 2\right]$

124 $\sqrt{x^2-x-6}+\sqrt{x-3}=0$ $\sqrt{3-x}-\sqrt{x+2}=1$ $[3;\ -1]$

125 $\sqrt{9x^4-16}-\sqrt{10x^2-17}=0$ $\sqrt[3]{8x^2+4x-4}=\sqrt[3]{2x^2+9x}$ $\left[\text{impossibile};\ -\frac{1}{2},\ \frac{4}{3}\right]$

126 $\sqrt[3]{x}-1=\sqrt[3]{x-1}$ $\sqrt{x+8}-2\sqrt{x+1}=-2$ $[0,\ 1;\ 8]$

127 $2\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}=5$ $\sqrt{x-1}+\sqrt{3x+1}=2$ $\left[1,\ -\frac{125}{8};\ 1\right]$

128 $4\sqrt[3]{x^2}+1=4\sqrt[3]{x}$ $\sqrt[3]{2x+3}+\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{3-4x}$ $\left[\frac{1}{8};\ -\frac{3}{2}\right]$

129 $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}=2$ $\sqrt{2x-1}+x=\sqrt{\frac{1}{2}x-1}$ $\left[-\frac{3}{4};\ \text{impossibile}\right]$

130 $\sqrt[3]{x+2}-2=\sqrt[3]{2-\frac{1}{3}x}$ $\sqrt[3]{(x-1)}-1=\sqrt[3]{2(x-2)}$ $\left[6;\ 2,\ -25\pm 15\sqrt{3}\right]$

131 $\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x^2+x}=0$ $\sqrt{4x^2-4x+3}=\sqrt{5-3x-2x^2}$ $\left[-1;\ \frac{2}{3},\ -\frac{1}{2}\right]$

132 $\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{2x}=\sqrt[3]{3x-2}$ $\sqrt{x^2-5x}+\sqrt{x^2-25}=0$ $\left[0,\ 2,\ \frac{2}{3};\ 5\right]$

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali di vario genere.

133 $\sqrt[3]{2x^3-(x+1)^3+1}=x$ $[-1,\ 0]$

134 $(x^2-5x)\sqrt[3]{x-2}=0$ $[0,\ 2,\ 5]$

135 $(x-3)=\sqrt{\frac{4+x^2}{3-x}}$ [impossibile]

136 $\frac{x-1}{3x}\cdot\sqrt{\frac{9x^2}{x^2-2x+1}}=3x$ [impossibile]

137 $2x \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1}{8x^3 + 5x^2 - 25}} = 1$ $[\pm\sqrt{5}]$

138 $\sqrt{1 + 2x} - \sqrt{3x + 1} = \sqrt{x}$ $[0]$

139 $\dfrac{2x - 1}{2} = \dfrac{2x - 1}{\sqrt{x}}$ $\left[\dfrac{1}{2}, 4\right]$

140 $\sqrt[3]{x + 1} = 1 - \sqrt[3]{x}$ $[0]$

141 $3\sqrt{x + 2} = \sqrt{5x} + \dfrac{5}{\sqrt{x + 2}}$ $\left[\dfrac{1}{2}\right]$

142 $\sqrt{x - 2} - 1 = \sqrt{1 - x^2}$ [impossibile]

143 $\sqrt{x} + \dfrac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{13 - x}$ $\left[4, \dfrac{1}{2}\right]$

144 $\dfrac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x} - 1} = \dfrac{10}{3\sqrt{3x} - 1}$ $\left[\dfrac{4}{3}, \dfrac{25}{27}\right]$

145 $\dfrac{1}{2\sqrt{1 + 2x}} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{\sqrt{1 + 2x} + 3}{1 + 2x}$ $\left[\dfrac{3}{2}\right]$

146 $\dfrac{4 - 8x^2}{\sqrt{2x} + 1} = 4\left(1 - \sqrt{2x}\right)$ $[0, 1]$

147 $\sqrt{\dfrac{1 - 4x}{4}} = 1 + \dfrac{1}{2\sqrt{3 + x}}$ $[-2]$

Sistemi di grado superiore al primo

Risolvi in R i seguenti sistemi di secondo grado.

148 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} 4x - yx = 6 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

Sappiamo che conviene ricavare l'espressione di una delle due variabili dall'equazione di primo grado. Nel nostro caso possiamo ricavare indifferentemente la variabile x o la variabile y dalla seconda equazione (hanno entrambe coefficiente 1), ma se ricaviamo y dobbiamo sostituire la sua espressione nella prima equazione una sola volta.

$$\begin{cases} y = \boxed{3 - x} \\ 4x - x(3 - x) = 6 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} y = 3 - x \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 3 - x \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Pertanto le soluzioni sono $(-3,\ 6)$ e $(2,\ 1)$.

149 $\begin{cases} 5y^2+x=2y+3 \\ 3y-1=x \end{cases}$ $\left[\left(\frac{7}{5},\ \frac{4}{5}\right);\ (-4,\ -1)\right]$

150 $\begin{cases} x+2y=6 \\ y^2+xy=9 \end{cases}$ $[(0,\ 3)]$

151 $\begin{cases} 7x^2-y=6 \\ 4x+3y=7 \end{cases}$ $\left[(1,\ 1);\ \left(-\frac{25}{21},\ \frac{247}{63}\right)\right]$

152 $\begin{cases} 4x^2+3x-17+5y=0 \\ x-y-20=0 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{9}{2},\ -\frac{31}{2}\right);\ \left(-\frac{13}{2},\ -\frac{53}{2}\right)\right]$

153 $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 2xy=3 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{3}{2},\ 1\right)\right]$

154 $\begin{cases} x+2y^2=1 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{7}{9},\ -\frac{1}{3}\right);\ \left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)\right]$

155 $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x^2-y=2 \end{cases}$ $\left[(-1,\ 0);\ \left(\frac{3}{4},\ -\frac{7}{8}\right)\right]$

156 $\begin{cases} \frac{1}{2}x^2+1=5x-y \\ 4y-19x=-5 \end{cases}$ $\left[\left(1,\ \frac{7}{2}\right);\ \left(-\frac{1}{2},\ -\frac{29}{8}\right)\right]$

157 $\begin{cases} x=y-2 \\ 3x^2-y^2=-6 \end{cases}$ $[(1,\ 3)]$

158 $\begin{cases} 3x^2-3y^2=xy+21 \\ \frac{x-1}{2}+\frac{y+2}{4}=1 \end{cases}$ $\left[(3,\ -2);\ \left(\frac{23}{7},\ -\frac{18}{7}\right)\right]$

159 $\begin{cases} 2y=x^2-8 \\ \frac{2x-1}{2}=y \end{cases}$ $\left[\left(1+2\sqrt{2},\ \frac{1}{2}+2\sqrt{2}\right);\ \left(1-2\sqrt{2},\ \frac{1}{2}-2\sqrt{2}\right)\right]$

160 $\begin{cases} \sqrt{2}y-2=x-y^2 \\ \sqrt{2}y+x=1 \end{cases}$ $[(3+\sqrt{10},\ -\sqrt{2}-\sqrt{5});\ (3-\sqrt{10},\ -\sqrt{2}+\sqrt{5})]$

161 $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2y+1=x-x(x-3) \end{cases}$ $[(1,\ 1);\ (-1,\ -3)]$

162 $\begin{cases} (x+2)(x-2)+y(y-4)=2 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{9}{5},\ \frac{23}{5}\right);\ (1,\ -1)\right]$

163 $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x + y^2 = 31 \end{cases}$ $[(3,\ 5);\ (-9,\ -7)]$

164 $\begin{cases} (2x - y)^2 + xy = 27 + (x - y)(x - 2y) \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ $[(6,\ 9)]$

165 $\begin{cases} y = x - 20 \\ 2xy - 9y - 205 = 0 \end{cases}$ $\left[(25,\ 5);\ \left(-\frac{1}{2},\ -\frac{41}{2}\right)\right]$

166 $\begin{cases} x - y = -1 \\ 6\left(x^2 + y^2\right) = 13xy \end{cases}$ $[(2,\ 3);\ (-3,\ -2)]$

167 $\begin{cases} (x - 1)(y + 2x) = \dfrac{x - 2}{2} \\ \dfrac{2(x + y)}{3} = 1 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right);\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{3 - \sqrt{2}}{2}\right)\right]$

168 $\begin{cases} (y + 2)(x - 1) = (y + 3)(x - 2) + 7 \\ x(x + 2) + (x + y)^2 = 0 \end{cases}$ $\left[(-1,\ 2);\ \left(-\frac{9}{5},\ \frac{6}{5}\right)\right]$

169 $\begin{cases} 2(2y - 1) - 2x(x - 1) = 0 \\ \dfrac{1}{2}x + y + 3 = 0 \end{cases}$ [impossibile]

170 $\begin{cases} (x + 5)(7x - y) = 10x^2 \\ y + 15 = 3x \end{cases}$ $\left[\left(\frac{15}{2},\ \frac{15}{2}\right);\ \left(-\frac{5}{3},\ -20\right)\right]$

171 $\begin{cases} x - 3y - 2 = 0 \\ x^2 + 4 = 9y^2 + 4x \end{cases}$ [indeterminato]

172 $\begin{cases} x(6x + 11) = 2(5y + 8) \\ 3x = 2y + 6 \end{cases}$ [impossibile]

173 $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ xy - 2x = y(x + y) \end{cases}$ $[(\sqrt{3} - 2,\ \sqrt{3} - 1);\ (-\sqrt{3} - 2,\ -\sqrt{3} - 1)]$

174 $\begin{cases} x - 2 = -3y \\ \dfrac{x^2}{7} + y^2 = 2 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{7}{4},\ \frac{5}{4}\right);\ \left(\frac{7}{2},\ -\frac{1}{2}\right)\right]$

175 $\begin{cases} xy - 2x + y = \dfrac{22}{9} \\ 2x - 3y = -\dfrac{26}{3} \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{3},\ \frac{8}{3}\right);\ \left(-2,\ \frac{14}{9}\right)\right]$

176 $\begin{cases} 2(x - y)(x + y) - 2y(1 + x) + 5x + 14 = 0 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ $\left[(-2,\ 3);\ \left(-\frac{2}{5},\ \frac{11}{5}\right)\right]$

177 $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 3y^2 + 19x + y = 0 \end{cases}$ [impossibile]

178 $\begin{cases} (y - x)(y + x) + x + y = 6 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ $[(-2,\ -4);\ (1,\ 2)]$

179 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ \dfrac{x+1}{y+1}=\dfrac{3}{y-3} \end{cases}$$

Poniamo le condizioni sui denominatori: $y \neq -1 \ \wedge \ y \neq 3$

Riduciamo il sistema in forma intera e risolviamo:

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ (x+1)(y-3)=3(y+1) \end{cases} \quad \begin{cases} x=-3-y \\ (-2-y)(y-3)=3y+3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-3-y \\ y^2+2y-3=0 \end{cases} \rightarrow \quad y = \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases}$$

otteniamo i due sistemi

$$\begin{cases} y=-3 \\ x+y=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} y=1 \\ x+y=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=-4 \end{cases}$$

Dunque $(0, -3); (-4, 1)$.

180 $\begin{cases} x+2y=3 \\ \dfrac{2y}{x}+\dfrac{3x}{y}=\dfrac{27}{xy} \end{cases}$ $\left[\left(-\dfrac{15}{7}, \dfrac{18}{7}\right)\right]$

181 $\begin{cases} \dfrac{1}{y}+x=5 \\ xy=1 \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{5}{2}, \dfrac{2}{5}\right)\right]$

182 $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{x+y}=\dfrac{1}{2} \\ x^2+y^2-xy=7 \end{cases}$ $\left[\left(\pm\dfrac{5\sqrt{3}}{3}, \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\right]$

183 $\begin{cases} \dfrac{2}{x-2}+\dfrac{x}{2y+1}=1 \\ x+y=1 \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{4}{3}, -\dfrac{1}{3}\right); (3, -2)\right]$

184 $\begin{cases} \dfrac{x+1}{12}+\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{x^2}{2y^2}+1=\dfrac{9}{2y^2} \end{cases}$ $\left[(1, -2); \left(-\dfrac{23}{9}, -\dfrac{10}{9}\right)\right]$

185 $\begin{cases} \dfrac{x-y}{4}+\dfrac{x+y-12}{2}=-\dfrac{17}{4} \\ 1+\dfrac{x}{x+y}=\dfrac{20}{x^2-y^2} \end{cases}$ $\left[(3, -2); \left(\dfrac{23}{4}, -\dfrac{41}{4}\right)\right]$

186 $\begin{cases} \dfrac{1}{x-3}+\dfrac{1}{2y}=0 \\ \dfrac{x}{1-y}+\dfrac{9}{1+y}=3 \end{cases}$ $\left[\left(-5+2\sqrt{7}, 4-\sqrt{7}\right); \left(-5-2\sqrt{7}, 4+\sqrt{7}\right)\right]$

Risolvi in R i seguenti sistemi di grado superiore al secondo.

187 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} x+1=3y \\ x^2-\left(9y^2+1\right)+y\left(y^2-3\right)=0 \end{cases}$$

Ricaviamo la variabile x dalla prima equazione e sostituiamo il valore trovato nella seconda:

$$\begin{cases} x=3y-1 \\ (3y-1)^2-9y^2-1+y^3-3y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3y-1 \\ 9y^2+1-6y-9y^2-1+y^3-3y=0 \end{cases}$$

Sommando i termini simili nella seconda equazione otteniamo: $\begin{cases} x=3y-1 \\ y^3-9y=0 \end{cases}$

Abbiamo ottenuto un'equazione di terzo grado nell'incognita y; risolvendola abbiamo:

$$y\left(y^2-9\right)=0$$

da cui $\quad y=0 \ \vee \ y=-3 \ \vee \ y=3$

Il sistema ammette quindi le soluzioni $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases} \ \vee \ \begin{cases} x=-10 \\ y=-3 \end{cases} \ \vee \ \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

e pertanto $\quad (-1,\ 0);\ (-10,\ -3);\ (8,\ 3)$.

188 $\begin{cases} 2x=-y \\ 2(x+1)^2+\dfrac{1}{2}y^3=4 \end{cases}$ $\left[(1,\ -2);\ (-1,\ 2);\ \left(\frac{1}{2},\ -1\right)\right]$

189 $\begin{cases} x^2y=1 \\ y-2x^2+1=0 \end{cases}$ $[(1,\ 1);\ (-1,\ 1)]$

190 $\begin{cases} x^2-xy=-6 \\ x^2-y^2+24=0 \end{cases}$ $[\pm\sqrt{3};\ \pm 3\sqrt{3}]$

191 $\begin{cases} 2xy-\sqrt{2}x^2=0 \\ y-x^2+3=0 \end{cases}$ $\left[(0,\ -3);\ (-\sqrt{2},\ -1);\ \left(\frac{3}{2}\sqrt{2},\ \frac{3}{2}\right)\right]$

192 $\begin{cases} 2xy+4(x-5)-6=\dfrac{3(xy-7)}{x} \\ x-y=2 \end{cases}$ $\left[(1,\ -1);\ \left(\frac{7}{2},\ \frac{3}{2}\right);\ (-3,\ -5)\right]$

193 $\begin{cases} 4y^3+x^2-23y-5=0 \\ x-2y+5=0 \end{cases}$ $\left[\left(-4,\ \frac{1}{2}\right);\ (-13,\ -4);\ \left(0,\ \frac{5}{2}\right)\right]$

194 $\begin{cases} yx^2+xy^2-y-4=0 \\ 3x-y=1 \end{cases}$ $[(1,\ 2)]$

195 $\begin{cases} x^2+y^2+2x-2y-23=0 \\ x^2+y^2-6x+12y=35 \end{cases}$ $\left[(-5,\ -2);\ \left(\frac{47}{13},\ \frac{38}{13}\right)\right]$

196 $\begin{cases} x^2+y^2+y=1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ $[(1,\ 0);\ (-1,\ 0)]$

197 $\begin{cases} x^2+y^2-x+2y=0 \\ x^2+y^2+5x+2y-1=0 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{6}, \frac{-6+\sqrt{41}}{6}\right); \left(\frac{1}{6}, \frac{-6-\sqrt{41}}{6}\right)\right]$

198 $\begin{cases} x^2+y^2-3x-4y=1 \\ x^2+y^2+x+y=2 \end{cases}$ $\left[(-1, 1); \left(\frac{44}{41}, -\frac{27}{41}\right)\right]$

Risolvi in R i seguenti sistemi simmetrici.

199 **esercizio guidato**

$\begin{cases} x+y=9 \\ xy=8 \end{cases}$

Il sistema è già scritto nella forma tipica.

L'equazione di secondo grado ad esso associata è $t^2-9t+8=0$

le cui soluzioni sono $t_1=1 \vee t_2=8$. Dunque $(1, 8); (8, 1)$.

200 $\begin{cases} x+y=29 \\ xy=120 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\frac{39}{35} \\ xy=\frac{2}{7} \end{cases}$ $\left[(24, 5); (5, 24); \left(\frac{5}{7}, \frac{2}{5}\right); \left(\frac{2}{5}, \frac{5}{7}\right)\right]$

201 $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-\frac{7}{45} \\ xy=-\frac{2}{9} \end{cases}$ $\left[(3, 2); (2, 3); \left(-\frac{5}{9}, \frac{2}{5}\right); \left(\frac{2}{5}, -\frac{5}{9}\right)\right]$

202 $\begin{cases} x+y=\frac{5}{4} \\ xy=-21 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+2y=\frac{7}{2} \\ xy=\frac{5}{8} \end{cases}$ $\left[\left(\frac{21}{4}, -4\right); \left(-4, \frac{21}{4}\right); \left(\frac{5}{4}, \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)\right]$

203 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y=\frac{2}{3} \\ xy=-\frac{4}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\frac{5}{2} \\ xy=1 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{2}{3}, 2\right); \left(2, -\frac{2}{3}\right); \left(2, \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}, 2\right)\right]$

204 **esercizio guidato**

$\begin{cases} xy=-12 \\ x^2+y^2=40 \end{cases}$

Riscrivi il sistema in questa forma

$\begin{cases} xy=-12 \\ (x+y)^2-2xy=40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy=-12 \\ (x+y)^2+24=40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy=-12 \\ (x+y)^2=16 \end{cases}$

Risolvi adesso i due sistemi $\begin{cases} xy=-12 \\ x+y=4 \end{cases} \vee \begin{cases} xy=-12 \\ x+y=-4 \end{cases}$

$[(6, -2); (-6, 2); (2, -6); (-2, 6)]$

205 $\begin{cases} x+y=-2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=17 \\ x+y=5 \end{cases}$ $[(-4, 2); (2, -4); (1, 4); (4, 1)]$

206 $\begin{cases} 2x^2+2y^2=26 \\ x+y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$ $[(-2,\ 3);\ (3,\ -2);\ (2,\ 3);\ (3,\ 2)]$

207 $\begin{cases} 2x^2+2y^2-3xy=4 \\ x+y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} \left(\dfrac{x}{2}\right)^2+\left(\dfrac{y}{2}\right)^2=13+\dfrac{xy}{4} \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{6}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$ $[(1,\ 2);\ (2,\ 1);\ (-2,\ 6);\ (6,\ -2)]$

208 $\begin{cases} x+y=26 \\ xy+196=x^2+y^2 \end{cases}$ $[(16,\ 10);\ (10,\ 16)]$

209 $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+y^2=3+xy \end{cases}$ $[(1,\ 2);\ (2,\ 1)]$

210 $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=48 \end{cases}$ $\left[\left(2(2+\sqrt{2}),\ 2(2-\sqrt{2})\right);\ \left(2(2-\sqrt{2}),\ 2(2+\sqrt{2})\right)\right]$

211 $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{1}{2} \\ x+y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{4},\ \dfrac{1-\sqrt{3}}{4}\right);\ \left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{4},\ \dfrac{1+\sqrt{3}}{4}\right)\right]$

212 $\begin{cases} (x+y)^2=\dfrac{125}{4} \\ xy=5 \end{cases}$ $\left[\left(2\sqrt{5},\ \dfrac{\sqrt{5}}{2}\right);\ \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2},\ 2\sqrt{5}\right);\ \left(-2\sqrt{5},\ -\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right);\ \left(-\dfrac{\sqrt{5}}{2},\ -2\sqrt{5}\right)\right]$

213 $\begin{cases} x^2+y^2=34 \\ xy=15 \end{cases}$ $[(5,\ 3);\ (3,\ 5);\ (-5,\ -3);\ (-3,\ -5)]$

Problemi

214 Trova due numeri positivi per i quali la somma dei quadrati sia uguale a 73 ed il prodotto sia uguale a 24. [8, 3]

215 Trova due numeri sapendo che il loro rapporto è $\dfrac{3}{2}$ e che la differenza fra i loro quadrati è 320. $[\pm 24,\ \pm 16]$

216 In un numero positivo di due cifre la differenza fra il quadrato della cifra delle decine ed il quadrato della cifra delle unità è uguale a 32, mentre il prodotto delle due cifre è 12. Qual è il numero? [62]

217 Due amici hanno insieme 78 anni e sei anni fa il prodotto delle loro età diminuito della loro somma era uguale a 974. Quanti anni hanno i due amici? [46, 32]

218 Di tre numeri x, y, z si sa che la somma dei primi due è uguale al terzo aumentato di 4, mentre il loro prodotto è uguale al doppio del terzo aumentato di 4; inoltre il triplo della differenza fra il secondo e il terzo è uguale al primo. Trova i tre numeri. [3, 2, 1]

219 La somma dei lati di un rettangolo è uguale a $\dfrac{9}{2}\ell$, mentre la somma dei quadrati delle misure dei lati diminuita del loro prodotto è uguale a $\dfrac{21}{4}\ell^2$. Trova le misure dei due lati. $\left[2\ell,\ \dfrac{5}{2}\ell\right]$

220 Calcola il perimetro di un triangolo isoscele sapendo che la somma della base con l'altezza ad essa relativa è uguale a 10cm, mentre l'area è 12cm^2. [16cm; $4\left(\sqrt{10}+1\right)$cm]

221 In un triangolo rettangolo la differenza fra i due cateti è $2a$ e l'ipotenusa supera di $4a$ il cateto minore. Calcola il perimetro del triangolo. [$24a$]

222 Un trapezio isoscele ha gli angoli adiacenti alla base maggiore che misurano 60° e di esso si sa che la somma dei quadrati dei lati è uguale a $752a^2$ e che il lato obliquo supera di $4a$ la base minore. Calcola le misure del lati del trapezio. [$8a$, $12a$, $20a$]

223 In un trapezio rettangolo $ABCD$ la diagonale AC, che è lunga 60cm, è perpendicolare al lato obliquo CB e la somma delle basi è 123cm. Calcola il perimetro del trapezio. [204cm]

224 Calcola la misura della corda individuata dai punti di intersezione fra la parabola $y = 3x^2 + x + 1$ e la retta $y = \frac{3}{4}x + 1$. $\left[\frac{5}{48}\right]$

225 Calcola la misura della corda individuata dai punti di intersezione fra le due parabole $y = x^2 + 2x - 1$ e $y = 2x^2 + 2x - 2$. [$2\sqrt{5}$]

226 Trova la misura della corda individuata dai punti di intersezione fra le due parabole $y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{4}x$ e $y = -x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$. $\left[\frac{\sqrt{29}}{2}\right]$

227 Determina per quali valori di k la retta di equazione $y = \frac{2}{3}x + k - 1$ non ha punti di intersezione con la parabola $y = x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{1}{4}$. [$k < -1$]