RAPPORTI E PROPORZIONI

I RAPPORTI

richiami della teoria

- Il **rapporto** fra due valori numerici è costituito dal loro quoziente;
- **moltiplicando** o **dividendo l'antecedente** e il **conseguente** per lo stesso numero, diverso da zero, si ottiene un rapporto equivalente a quello dato;
- il **rapporto fra due grandezze omogenee** è il quoziente tra le loro misure espresse con la stessa unità di misura e dà origine ad un **numero puro**;
- due grandezze **commensurabili** hanno per rapporto un numero intero o un numero razionale e quindi ammettono un sottomultiplo comune;
- due grandezze **incommensurabili** hanno per rapporto un numero irrazionale e quindi non ammettono un sottomultiplo comune;
- il **rapporto fra due grandezze non omogenee** dà origine ad una **grandezza derivata**, diversa cioè da quelle date, il cui valore dipende dalla scelta delle unità di misura delle due grandezze date;
- la **scala di riduzione** rappresenta il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

1 Il rapporto fra due valori numerici è costituito:
a. dal loro prodotto;
b. dalla loro somma;
c. dal loro quoziente;
d. dalla loro differenza.

2 Completa le seguenti frasi:
a. il rapporto inverso tra due numeri è il quoziente tra il .... e il primo numero;
b. moltiplicando o dividendo l'antecedente .... per uno stesso numero, diverso da ....., si ottiene .... a quello dato;
c. due grandezze omogenee che hanno per rapporto un numero intero, e che quindi ammettono un .... comune, si dicono ....;
d. il rapporto tra due grandezze non omogenee è il risultato della .... tra le loro misure e dà origine ad una grandezza ....

3 Indica quale delle seguenti affermazioni è falsa.
Due grandezze che hanno per rapporto un numero:
a. razionale, e che quindi ammettono un sottomultiplo comune, si dicono incommensurabili;
b. irrazionale, e che quindi non ammettono un sottomultiplo comune, si dicono incommensurabili;
c. intero o un numero razionale, e che quindi ammettono un sottomultiplo comune, si dicono commensurabili.

4 La scala di riduzione rappresenta:
a. il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà;
b. il rapporto tra la misura di una distanza nella realtà e la misura della stessa distanza sulla carta;
c. la misura della distanza nella realtà divisa per 1000.

APPLICAZIONE

Calcola il rapporto tra le seguenti coppie di numeri.

5 *Esercizio Svolto*

a. 21 e 7; **b.** 22 e 5; **c.** $\sqrt{5}$ e 3.

Per calcolare il loro rapporto basta eseguire la divisione tra i due numeri:

a. $21 : 7 = 3$ → numero intero
b. $22 : 5 = 4{,}4$ → numero razionale
c. $\sqrt{5} : 3 = 0{,}7453...$ → numero irrazionale

6 **a.** 34 e 17; **b.** 15 e 4; **c.** $\sqrt{3}$ e 4.

7 **a.** 22 e 11; **b.** $0{,}\overline{3}$ e $0{,}2\overline{3}$; **c.** $\sqrt{5}$ e $\sqrt{7}$.

8 **a.** $\frac{4}{3}$ e $\frac{16}{5}$; **b.** $\sqrt{15}$ e $\sqrt{2}$; **c.** $0{,}\overline{2}$ e $1{,}\overline{3}$.

Calcola il rapporto inverso tra le seguenti coppie di numeri.

9 *Esercizio Svolto*

a. 25 e 4; **b.** $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$.

a. $25 : 4 = 6{,}25$ rapporto diretto; $4 : 25 = 0{,}16$ rapporto inverso;

b. $\frac{5}{6} : \frac{1}{4} = \frac{10}{3}$ rapporto diretto; $\frac{1}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3}{10}$ rapporto inverso.

10 **a.** 13 e 25; **b.** $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{7}$; **c.** $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

11 **a.** 8 e 4; **b.** $\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{4}$; **c.** $\frac{2}{3}$ e $\frac{7}{6}$.

12 **a.** 7 e 14; **b.** $\frac{3}{2}$ e $\frac{4}{9}$; **c.** 1,2 e 4,2.

Calcola il rapporto tra i seguenti termini consistenti in espressioni aritmetiche.

13 *Esercizio Svolto*

$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ e $\frac{5}{3} + \frac{1}{6}$.

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3-2}{4}\right) : \left(\frac{10+1}{6}\right) = \frac{1}{4} : \frac{11}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{11} = \frac{3}{22}.$$

14 **a.** $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$; **b.** $\frac{3}{5}-\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{2}+\frac{1}{4}$. $\left[\textbf{a. } \frac{78}{7};\ \textbf{b. } \frac{1}{5}\right]$

15 $\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$. [0]

16 $\left[\frac{3}{5}+2:\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\right]$ e $\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{53}{7}+1\right)$. [1]

17 Calcola il rapporto inverso tra i seguenti termini consistenti in espressioni aritmetiche:

$$\left[\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{1}{3}+\frac{5}{2}:\frac{10}{2}\right] \quad \text{e} \quad \left(\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{3}:\frac{14}{9}+\frac{1}{2}+1\right)^0.$$

$\left[\frac{5}{4}\right]$

● **18** Calcola il rapporto diretto ed inverso tra i seguenti termini di una espressione aritmetica:

$$\left\{\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{3}\right]-\frac{1}{4}\cdot 2\right\}^0+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{15}{2} \quad \text{e} \quad \left[\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\right]:\frac{2}{5}+\frac{1}{4}.$$

$\left[\frac{25}{63}\text{ direttto; } \frac{63}{25}\text{ inverso}\right]$

19 *Esercizio Svolto*

Calcola l'antecedente sapendo che il conseguente è 4 e che il valore del rapporto è 12.

Per calcolare l'antecedente, che indichiamo con x, dobbiamo chiederci qual è il numero che diviso per 4 dà come rapporto 12:

$$x : 4 = 12$$

In pratica basta moltiplicare il valore del rapporto per il conseguente cioè: $x = 12 \cdot 4 = 48$.

20 Calcola l'antecedente sapendo che:
a. il conseguente è 3 e il valore del rapporto è 11;
b. il conseguente è 5 e il valore del rapporto è 18;
c. il conseguente è 8 e il valore del rapporto è 16.

21 Calcola l'antecedente nei seguenti gruppi di numeri conoscendo il valore del rapporto e del conseguente:

a. $x : \frac{3}{2} = \frac{5}{7}$; **b.** $x : 0{,}4 = 2{,}3$; **c.** $x : 1{,}\overline{6} = 2{,}5$.

22 *Esercizio Svolto*

Calcola il conseguente sapendo che l'antecedente è 15 e che il valore del rapporto è 3.

Per calcolare il conseguente, che indichiamo con x, dobbiamo chiederci quale numero divide il numero 15 in 3 parti:

$$15 : x = 3$$

In pratica basta dividere l'antecedente per il valore del rapporto cioè: $x = 15 : 3 = 5$.

23 Calcola il conseguente sapendo che:
a. l'antecedente è 20 e che il valore del rapporto è 4;
b. l'antecedente è 30 e che il valore del rapporto è 15;
c. l'antecedente è 9 e che il valore del rapporto è 18.

24 Calcola il conseguente nei seguenti gruppi di numeri, conoscendo il valore del rapporto e l'antecedente:

a. $12 : x = 4$; **b.** $\frac{1}{4} : x = \frac{3}{8}$; **c.** $0{,}2 : x = 1{,}\overline{3}$.

25 *Esercizio Svolto*

Calcola un rapporto equivalente a $\frac{7}{2}$.

Si presentano due possibilità.

1. Possiamo applicare la proprietà fondamentale moltiplicando l'antecedente e il conseguente per lo stesso numero, purché diverso da 0, per esempio 3.
   - $7 \cdot 3 = 21$
   - $2 \cdot 3 = 6$ per cui il nuovo rapporto, equivalente al primo, sarà $\frac{21}{6}$.
2. Possiamo applicare la proprietà fondamentale dividendo l'antecedente e il conseguente per lo stesso numero, purché diverso da 0, per esempio 2.
   - $7 : 2 = 3{,}5$
   - $2 : 2 = 1$ per cui il nuovo rapporto, equivalente al primo, sarà $3{,}5 : 1$.

26 Calcola un rapporto equivalente a $\frac{8}{9}$, prima moltiplicando e poi dividendo per uno stesso numero.

Calcola il rapporto tra le seguenti coppie di grandezze omogenee.

27 *Esercizio Svolto*

a. 5 ℓ e 2 ℓ; **b.** 4 m e 2 cm; **c.** 1 kg e 20 hg.

a. Le due grandezze sono espresse con la stessa unità di misura; calcoliamo quindi direttamente il valore del rapporto $5\ \ell : 2\ \ell = 2{,}5$;

b. le due grandezze non sono espresse con la stessa unità di misura; in questo caso occorre prima effettuare un'equivalenza per portare le due grandezze alla stessa unità di misura: 4 m = 400 cm, e poi calcolare il valore del rapporto 400 cm : 2 cm = 200;

c. le due grandezze non sono espresse con la stessa unità di misura; in questo caso occorre prima effettuare un'equivalenza per portare le due grandezze alla stessa unità di misura: 1 kg = 10 hg, e poi calcolare il valore del rapporto 10 hg : 20 hg = 0,5.

28 a. 300 cm e 2 m; **b.** 7 ℓ e 2 ℓ; **c.** 1 g e 40 dg.

29 **a.** 7 kg e 5 kg; **b.** 125 ℓ e 10 dal; **c.** 120 m^2 e 0,3 dm^2.

30 **a.** 7 km e 10000 m; **b.** 3 ℓ e 5 cl; **c.** 14 g e 9 g.

31 Calcola il valore del rapporto tra i seguenti due segmenti e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili: $\overline{AB} = 10$ cm; $\overline{CD} = 5$ cm.

32 Calcola il valore del rapporto tra le superfici di due rettangoli aventi le dimensioni lunghe rispettivamente 20 cm e 5 cm il primo e 20 cm e 2 cm il secondo. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili.
$\left[\frac{5}{2}\text{; commensurabili}\right]$

33 Calcola il valore del rapporto tra la diagonale e la base di un rettangolo sapendo che la misura della base è 1 cm e quella dell'altezza è 2 cm. Stabilisci se le due grandezze sono commensurabili.
(Suggerimento: devi applicare il teorema di Pitagora) $[\sqrt{5}\text{; incommensurabili}]$

34 Determina i rapporti tra i perimetri e le aree di un trapezio isoscele e un triangolo equilatero avente il lato lungo 4 cm, sapendo che le due basi e il lato obliquo del trapezio misurano rispettivamente 10 cm, 6 cm e 4 cm. [rapporto perimetro = 2]

35 Calcola il valore del rapporto tra le superfici di un rettangolo di dimensioni lunghe 5 cm e 6 cm e di un rombo avente le diagonali lunghe 16 cm e 8 cm e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili.
$\left[\frac{15}{32}\text{; commensurabili}\right]$

36 Il lato e la diagonale di un quadrato sono lunghi rispettivamente $\sqrt{15}$ cm e $\sqrt{30}$ cm. Calcola il valore del loro rapporto e stabilisci se le due grandezze sono commensurabili. $\left[\sqrt{0,5}\text{; incommensurabili}\right]$

37 *Esercizio Guidato*

Calcola il valore del rapporto tra le seguenti grandezze:
peso di un oggetto di rame $P = 178$ g; volume dello stesso oggetto di rame $V = 20$ cm^3.

Il rapporto tra le due grandezze non omogenee è una grandezza .... e prende il nome di ....; *Ps* = Peso : Volume = ... : .... = ... g\cm^3.

38 Calcola la velocità media di un corpo che percorre 10 km in 2 h. [5 km/h]

39 Sapendo che la superficie della Lombardia è di 23 861 km^2 e il numero di abitanti è 9 121 714, mentre il Lazio ha una superficie di 17207 km^2 e ha 5 205 223 abitanti, determina:

a. il valore del rapporto tra gli abitanti della Lombardia e del Lazio; [1,752]

b. la densità di popolazione del Lazio. [302,5 ab/km^2]

40 *Esercizio Svolto*

Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 10 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 300000.

Basta moltiplicare il valore della distanza "sulla carta" con il conseguente della scala di riduzione:
distanza reale = $(10 \cdot 300000)$ cm = 3000000 cm = 30 km

41 Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 7 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 100000. [7 km]

42 Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 0,2 dm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 200000. [4 km]

43 Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 15 cm misurata su una cartina geografica avente una scala di riduzione di 1 : 100000. [15 km]

44 *Esercizio Svolto*

Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 25 km, se la scala di riduzione è di 1 : 200000.

Basta dividere la distanza reale per il conseguente della scala di riduzione:
distanza grafica = (25 : 200000) km = 0,000125 km = 12,5 cm

45 Calcola a quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 12 km, se la scala di riduzione è di 1 : 300000. [4 cm]

46 Calcola a quanto corrisponde su una mappa la distanza reale di 4 km, se la scala di riduzione è 1 : 20000. [20 cm]

LE PROPORZIONI E LE LORO PROPRIETÀ

richiami della teoria

- Una **proporzione** è un'uguaglianza tra due rapporti;
- le **proporzioni continue** hanno i medi uguali;
- in ogni proporzione **il prodotto dei medi è sempre uguale al prodotto degli estremi**;
- **proprietà dell'invertire**: se in una proporzione si scambia ogni antecedente con il proprio conseguente si ha ancora una proporzione;
- **proprietà del permutare**: se in una proporzione si scambiano di posto i due medi (o i due estremi oppure entrambi) si ha ancora una proporzione;
- **proprietà del comporre**: in una proporzione la somma del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo termine) come la somma tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (o al quarto termine);
- **proprietà dello scomporre**: in una proporzione la differenza del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo termine) come la differenza tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (o al quarto termine);
- in una proporzione con un termine incognito, per calcolare il valore:
  a. di un estremo bisogna moltiplicare i due medi e dividere il prodotto ottenuto per l'altro estremo;
  b. di un medio bisogna moltiplicare i due estremi e dividere il prodotto ottenuto per l'altro medio;
  c. del medio proporzionale (proporzione continua) bisogna moltiplicare i due estremi ed estrarre la radice quadrata del prodotto ottenuto;
- per calcolare i **due termini incogniti in una proporzione** di cui si conosce il **rapporto** e la **somma** bisogna applicare la proprietà del comporre e sostituire il valore della somma;
- per calcolare i **due termini incogniti in una proporzione** di cui si conosce il **rapporto** e la **differenza** bisogna applicare la proprietà dello scomporre e sostituire il valore della differenza.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

47 Indica come si definiscono i termini della proporzione $80 : 64 = 50 : 40$:
a. 80 e 40 si chiamano.......................;
b. 64 e 50 si chiamano.......................;
c. 80 e 50 si chiamano ....;
d. 64 e 40 si chiamano ....

48 Una proporzione continua è una proporzione con:
a. gli estremi uguali; **b.** i medi uguali;
c. gli antecedenti uguali; **d.** i conseguenti uguali.

49 Completa la seguente proprietà:
in una proporzione il .... dei medi è sempre uguale al ....

50 Indica quali tra le seguenti proprietà sono corrette:
a. se in una qualunque proporzione si scambia ogni antecedente con il proprio conseguente, si ha ancora una proporzione;
b. se in una qualunque proporzione si scambia un antecedente con il proprio conseguente, si ha ancora una proporzione;
c. se in una qualunque proporzione si scambiano tra loro i due medi, i due estremi o entrambi, si ha ancora una proporzione;

d. in una proporzione la somma tra il primo e il secondo termine sta al primo termine come la somma tra il terzo e il quarto termine sta al terzo termine;
e. in una proporzione la differenza tra il primo e il secondo termine sta al secondo termine come la differenza tra il terzo e il quarto termine sta al terzo termine.

51 Completa la seguente frase:
in una serie di rapporti uguali la .... degli antecedenti sta alla somma dei .... come ogni antecedente sta al proprio conseguente.

52 In una proporzione il valore di un estremo incognito si ricava:
a. moltiplicando l'estremo noto per il primo medio e dividendo il prodotto ottenuto per l'altro medio;
b. moltiplicando i due medi e dividendo il prodotto ottenuto per l'estremo noto;
c. dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi.

53 In una proporzione il valore di un medio incognito si ricava:
a. moltiplicando i due estremi e dividendo il prodotto ottenuto per il medio noto;
b. moltiplicando il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi;
c. dividendo il valore dell'estremo noto per il prodotto dei due medi.

54 Completa le seguenti regole:
a. in una proporzione continua il valore del medio proporzionale si ottiene moltiplicando fra loro i due .... ed estraendo la .... del prodotto ottenuto;
b. in una proporzione il valore di uno dei due medi, che è anche una parte da aggiungere al corrispondente estremo, si ottiene applicando prima la proprietà dello .... e poi .... gli .... della proporzione ottenuta e .... il prodotto per l'altro medio.

APPLICAZIONE

Verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, se le seguenti scritture formano una proporzione.

55 *Esercizio Svolto*

a. $20 : 10 = 24 : 12$.
$10 \cdot 24 = 240$ prodotto dei medi; $20 \cdot 12 = 240$ prodotto degli estremi.
Siccome il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi puoi affermare che si tratta di una proporzione;

b. $32 : 16 = 80 : 42$.
$16 \cdot 80 = 1280$ prodotto dei medi; $32 \cdot 42 = 1344$ prodotto degli estremi.
In questo caso il prodotto dei medi non è uguale al prodotto degli estremi non si tratta pertanto di una proporzione.

56 **a.** $15 : 45 = 12 : 36$; **b.** $22 : 15 = 56 : 40$; **c.** $32 : 50 = 48 : 75$.

57 *Esercizio Svolto*

Dall'uguaglianza $8 \cdot 5 = 2 \cdot 20$, ricava una delle possibili proporzioni.

L'uguaglianza dei due prodotti può essere vista come l'uguaglianza del prodotto dei due medi e del prodotto dei due estremi, pertanto $2 : 8 = 5 : 20$.

58 Dalle seguenti uguaglianze ricava una delle possibili proporzioni:
a. $7 \cdot 10 = 35 \cdot 2$; **b.** $25 \cdot 80 = 40 \cdot 50$; **c.** $8 \cdot 4{,}5 = 9 \cdot 4$.

Applica la proprietà dell'invertire alle seguenti proporzioni.

59 *Esercizio Svolto*

$3 : 7 = 9 : 21$.

Scambiamo ogni antecedente con il proprio conseguente e verifichiamo se la scrittura ottenuta è ancora una proporzione.

La proporzione $3 : 7 = 9 : 21$ si trasforma in $7 : 3 = 21 : 9$.

Calcoliamo il prodotto dei medi $3 \cdot 21 = 63$ e il prodotto degli estremi $7 \cdot 9 = 63$.

Essendo i due prodotti uguali, i numeri formano una proporzione.

60 **a.** $8 : 16 = 9 : 18$; **b.** $12 : 5 = 24 : 10$; **c.** $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} : \frac{16}{9}$.

Applica la proprietà del permutare alle seguenti proporzioni.

61 *Esercizio Svolto*

$8 : 24 = 3 : 9$.

- *Primo caso* (permutare i medi).
  La proporzione $8 : 24 = 3 : 9$ si trasforma in $8 : 3 = 24 : 9$
- *Secondo caso* (permutare gli estremi).
  La proporzione $8 : 24 = 3 : 9$ si trasforma in $9 : 24 = 3 : 8$
- *Terzo caso* (permutare sia i medi sia gli estremi).
  La proporzione $8 : 24 = 3 : 9$ si trasforma in $9 : 3 = 24 : 8$

In tutti i casi, applicando la proprietà fondamentale, è facile verificare che la nuova scrittura è ancora una proporzione (il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi: $3 \cdot 24 = 8 \cdot 9 = 72$).

62 **a.** $20 : 26 = 30 : 39$ permuta i medi;
b. $15 : 18 = 20 : 24$ permuta gli estremi;
c. $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} : \frac{9}{10}$ permuta sia i medi che gli estremi.

Applica la proprietà del comporre alle seguenti proporzioni.

63 *Esercizio Svolto*

$8 : 18 = 12 : 27$.

La proporzione $8 : 18 = 12 : 27$ si può trasformare in:

- $(8 + 18) : 8 = (12 + 27) : 12$ cioè $26 : 8 = 39 : 12$
  Verifica: $26 \cdot 12 = 312$ e $8 \cdot 39 = 312$
- $(8 + 18) : 18 = (12 + 27) : 27$ cioè $26 : 18 = 39 : 27$
  Verifica: $26 \cdot 27 = 702$ e $18 \cdot 39 = 702$

64 **a.** $7 : 2 = 14 : 4$; **b.** $15 : 12 = 45 : 36$.

65 **a.** $11 : 121 = 7 : 77$; **b.** $15 : 6 = 20 : 8$.

66 **a.** $24 : 18 = 16 : 12$; **b.** $56 : 42 = 36 : 27$.

Applica la proprietà dello scomporre alle seguenti proporzioni.

67 *Esercizio Svolto*

$10 : 2 = 35 : 7.$

La proporzione $10 : 2 = 35 : 7$ si può trasformare in:

- $(10 - 2) : 10 = (35 - 7) : 35$ cioè $8 : 10 = 28 : 35$
  Verifica: $8 \cdot 35 = 280$ e $10 \cdot 28 = 280$
- $(10 - 2) : 2 = (35 - 7) : 7$ cioè $8 : 2 = 28 : 7$
  Verifica: $8 \cdot 7 = 56$ e $2 \cdot 28 = 56$

68 **a.** $49 : 35 = 14 : 10$; **b.** $123 : 75 = 82 : 50$.

69 **a.** $5 : \frac{3}{2} = \frac{15}{2} : \frac{9}{4}$; **b.** $\frac{5}{4} : \frac{5}{2} = \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$.

70 Verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, che la scrittura $22 : 34 = 33 : 51$ forma una proporzione. In caso di risposta positiva applica:
a. la proprietà dell'invertire;
b. la proprietà del permutare (prima i medi, poi gli estremi, poi entrambi);
c. la proprietà del comporre;
d. la proprietà dello scomporre.

71 Date le proporzioni: **a.** $\frac{2}{7} : \frac{1}{3} = \frac{3}{5} : \frac{7}{10}$; **b.** $1{,}2 : 0{,}3 = 5{,}1 : 1{,}275$

1. verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, se la **a.** forma una proporzione;
2. applica la proprietà dell'invertire alla scrittura **b.** e verifica se la scrittura ottenuta è ancora una proporzione;
3. applica la proprietà del permutare, permutando prima i medi, poi gli estremi e poi entrambi, alla scrittura **a.**;
4. applica la proprietà del comporre alla scrittura **b.**;
5. applica la proprietà dello scomporre alla scrittura **b.** .

Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni.

72 *Esercizio Svolto*

a. $14 : x = 4 : 28.$
Il termine incognito è un medio; applicando la proprietà fondamentale:
$x \cdot 4 = 14 \cdot 28 \quad \rightarrow \quad x = 14 \cdot 28 : 4 \quad \rightarrow \quad x = 98.$
La proporzione cercata è dunque $14 : 98 = 4 : 28.$

b. $x : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4}.$
Il termine incognito è un estremo; applicando la proprietà fondamentale:
$x \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} : \frac{5}{4} \quad \rightarrow \quad x = \frac{2}{5}.$
La proporzione cercata è dunque $\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4}.$

73 **a.** $27 : 18 = x : 24$; **b.** $48 : 16 = 60 : x$; **c.** $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} : x$. [**a.** 36; **b.** 20; **c.** $\frac{4}{9}$]

74 **a.** $7 : x = 10 : 80$; **b.** $5 : 15 = x : 20$; **c.** $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = x : \frac{10}{3}$. [**a.** 56; **b.** $\frac{20}{3}$; **c.** 4]

75 **a.** $\frac{3}{2} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3} : x$; **b.** $x : \frac{7}{2} = \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$; **c.** $0{,}6 : x = 1{,}\overline{3} : 0{,}8\overline{3}$. $\left[\textbf{a.}\ \frac{4}{27};\ \textbf{b.}\ \frac{7}{4};\ \textbf{c.}\ \frac{3}{8}\right]$

76 **a.** $\frac{3}{5} : \frac{1}{6} = \frac{4}{3} : x$; **b.** $x : \frac{3}{4} = \frac{5}{8} : \frac{3}{6}$; **c.** $\frac{8}{3} : \frac{5}{6} = \frac{1}{4} : x$. $\left[\textbf{a.}\ \frac{10}{27};\ \textbf{b.}\ \frac{15}{16};\ \textbf{c.}\ \frac{5}{64}\right]$

77 **a.** $\frac{7}{5} : \frac{14}{2} = x : \frac{10}{3}$; **b.** $\frac{1}{8} : x = \frac{5}{9} : \frac{1}{3}$; **c.** $\frac{12}{5} : x = \frac{3}{10} : \frac{1}{2}$. $\left[\textbf{a.}\ \frac{2}{3};\ \textbf{b.}\ \frac{3}{40};\ \textbf{c.}\ 4\right]$

78 $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) : x = \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}\right) : \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{6}\right)$. $\left[\frac{17}{32}\right]$

79 $\left[\left(\frac{5}{6} : \frac{10}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{9}{16}\right]^2 : \left[\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{10}{3}\right) : \frac{37}{3}\right] = x : \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{4} : \frac{10}{3}\right)^2$. $\left[\frac{15}{2}\right]$

• **80** $x : \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{4}\right] = \left\{\left[\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3\right) \cdot \frac{2}{13}\right] + \frac{1}{3}\right\} : \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{5}\right)^3\right]^0$. $\left[\frac{7}{12}\right]$

• **81** $\left\{\left[\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)\right] \cdot \frac{11}{35}\right\} : x = \left\{\frac{7}{2} - \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{3}\right\} : \left[\left(1 + \frac{3}{7} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{7}{13}\right]$. $\left[\frac{9}{32}\right]$

• **82** $(0{,}2 + 3{,}5) : (1{,}2 - 0{,}3) = \left(x + 0{,}\overline{3}\right) : x$. $\left[\frac{3}{28}\right]$

83 *Esercizio Svolto*

a. $x : (30 + x) = 3 : 4$.

In questo caso non possiamo applicare direttamente la proprietà fondamentale; trasformiamo dunque la proporzione applicando le proprietà:

- dell'invertire $\rightarrow$ $(30 + x) : x = 4 : 3$
- dello scomporre $\rightarrow$ $(30 + \cancel{x} - \cancel{x}) : x = (4 - 3) : 3$ cioè $30 : x = 1 : 3$
- fondamentale $\rightarrow$ $x = 30 \cdot 3 : 1 = 90$

Pertanto la proporzione è $90 : (30 + 90) = 3 : 4$ cioè $90 : 120 = 3 : 4$.

b. $x : (120 - x) = 21 : 35$.

Analogamente applichiamo le proprietà:

- dell'invertire $\rightarrow$ $(120 - x) : x = 35 : 21$
- del comporre $\rightarrow$ $(120 - \cancel{x} + \cancel{x}) : x = (35 + 21) : 21$ cioè $120 : x = 56 : 21$
- fondamentale $\rightarrow$ $x = 120 \cdot 21 : 56 = 45$

Pertanto la proporzione è $45 : (120 - 45) = 21 : 35$ cioè $45 : 75 = 21 : 35$.

84 **a.** $(18 + x) : x = 14 : 2$; **b.** $\frac{3}{4} : \frac{1}{14} = \left(\frac{5}{2} + x\right) : x$. $\left[\textbf{a.}\ 3;\ \textbf{b.}\ \frac{5}{19}\right]$

85 **a.** $(36 - x) : x = 7 : 11$; **b.** $x : \left(\frac{1}{2} - x\right) = \frac{8}{11} : \frac{1}{2}$. $\left[\textbf{a.}\ 22;\ \textbf{b.}\ \frac{8}{27}\right]$

86 **a.** $(12 + x) : x = 32 : 8$; **b.** $\left(\frac{3}{4} - x\right) : x = \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$. $\left[\textbf{a.}\ 4;\ \textbf{b.}\ \frac{3}{10}\right]$

87 **a.** $x : (2 + x) = 2 : 7$; **b.** $\left(\frac{1}{2} - x\right) : x = \frac{7}{4} : \frac{1}{2}$. $\left[\textbf{a.}\ \frac{4}{5};\ \textbf{b.}\ \frac{1}{9}\right]$

88 **a.** $\left(\frac{3}{4} + x\right) : x = \frac{3}{5} : \frac{1}{2}$; **b.** $\left(\frac{7}{15} - x\right) : x = \frac{1}{3} : \frac{4}{5}$. $\left[\textbf{a.}\ \frac{15}{4};\ \textbf{b.}\ \frac{28}{85}\right]$

89 $\left(\frac{9}{10}-x\right):x=\left(\frac{1}{2}+\frac{7}{4}-1\right):\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}\right)$. $\left[\frac{9}{25}\right]$

Calcola il medio proporzionale nelle seguenti proporzioni continue.

90 *Esercizio Svolto*

$\frac{9}{4}:x=x:\frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad x^2=\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{9}{16} \quad \rightarrow \quad x=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$

Pertanto la proporzione è $\frac{9}{4}:\frac{3}{4}=\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$.

91 **a.** $25:x=x=16$; **b.** $45:x=x:5$; **c.** $\frac{2}{5}:x=x:\frac{8}{5}$. $\left[\textbf{a. } 20;\ \textbf{b. } 15;\ \textbf{c. } \frac{4}{5}\right]$

92 **a.** $0{,}3:x=x:1{,}2$; **b.** $1{,}\overline{3}:x=x:0{,}\overline{3}$; **c.** $\frac{5}{4}:x=x:5$. $\left[\textbf{a. } 0{,}6;\ \textbf{b. } \frac{2}{3};\ \textbf{c. } \frac{5}{2}\right]$

93 **a.** $50:x=x:32$; **b.** $\frac{1}{2}:x=x:\frac{25}{2}$; **c.** $2{,}\overline{3}:x=x:9{,}\overline{3}$. $\left[\textbf{a. } 40;\ \textbf{b. } \frac{5}{2};\ \textbf{c. } \frac{14}{3}\right]$

94 $\left\{\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{4}{3}\right]^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right\}:x=x:\left\{\frac{6}{95}\cdot\left[2+\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\right]\right\}$. $\left[\frac{1}{6}\right]$

Risolvi i seguenti problemi.

95 *Esercizio Svolto*

Trova due numeri tali che la loro somma sia 39 e il loro rapporto sia 8 : 5.

Indicando con x e y i due numeri da calcolare, avremo: $x+y=39$ e $x:y=8:5$

Applichiamo la proprietà del comporre alla proporzione $x:y=8:5$.

Otteniamo $(x+y):x=(8+5):8$ cioè, sostituendo la prima relazione, $39:x=13:8$ che risolta dà $x=39\cdot 8:13=24$.

Per ricavare il valore della y basta sottrarre il valore della x alla somma $y=39-x=39-24=15$.

I due numeri sono pertanto $x=24$ e $y=15$.

96 Trova due numeri tali che la loro somma sia 20 e il loro rapporto sia 7 : 3. [14; 6]

97 Trova due numeri tali che la loro somma sia 56 e il loro rapporto sia 5 : 3. [35; 21]

98 Trova due numeri sapendo che la somma è 72 ed il loro rapporto è $\frac{5}{4}$. [40; 32]

99 Trova due numeri sapendo che stanno tra loro come 6 : 11 e che la loro somma è 408. [144; 264]

100 *Esercizio Svolto*

Trova due numeri tali che la loro differenza sia 63 e il loro rapporto sia 9 : 2.

Indicando con x e y i due numeri da calcolare, avremo: $x-y=63$ e $x:y=9:2$

Applichiamo la proprietà dello scomporre alla proporzione $x:y=9:2$.

Otteniamo $(x-y):x=(9-2):9$ cioè, sostituendo la prima relazione, $63:x=7:9$ che risolta dà $x=63\cdot 9:7=81$.

Per ricavare il valore della y basta sottrarre al valore della x la differenza data $y=x-63=18$.

101 Trova due numeri tali che la loro differenza sia 21 e il loro rapporto sia 3 : 4. [63; 84]

102 Trova due numeri sapendo che stanno tra loro come 7 : 5 e che la loro differenza è 16. [56; 40]

103 Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma è di 46 cm ed uno è $\frac{19}{4}$ dell'altro. [38 cm; 8 cm]

104 Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro differenza è 15 cm ed uno è $\frac{4}{5}$ dell'altro. [60 cm; 75 cm]

105 Calcola la misura dei lati di un rettangolo sapendo che il loro rapporto è $\frac{5}{2}$ e che il perimetro è di 28 cm. [10 cm; 4 cm]

106 La somma delle ampiezze di due angoli misura 150° ed il loro rapporto è $\frac{2}{3}$. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [60°; 90°]

107 La differenza delle ampiezze di due angoli misura 30° ed il loro rapporto è $\frac{4}{7}$. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [40°; 70°]

108 In un triangolo isoscele uno dei due angoli congruenti è ampio 55° ed è $\frac{11}{14}$ del terzo angolo. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [55°; 55°; 70°]

109 In un triangolo scaleno il primo angolo misura 60° e il secondo è $\frac{11}{13}$ del terzo angolo. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [60°; 55°; 75°]

110 Gli angoli interni di un triangolo sono in rapporto ai numeri 5, 6 e 4. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [60°; 72°; 48°]

111 In un trapezio rettangolo la differenza delle basi è 10 e il loro rapporto vale $\frac{9}{4}$. Sapendo che l'altezza misura 4 cm, determina l'area. [52 cm²]

112 In un trapezio l'altezza è media proporzionale fra le due basi. Calcola l'area del trapezio sapendo che la differenza delle due basi misura 25 cm ed il loro rapporto è $\frac{4}{9}$. [975 cm²]

113 Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che le misure dell'ipotenusa e del cateto minore hanno per differenza 16 cm mentre il loro rapporto è $\frac{13}{5}$. [60 cm]

• 114 Gli alunni di una classe sono complessivamente 21. Sapendo che il rapporto tra femmine e maschi è $\frac{4}{3}$, determina il numero delle femmine e quello dei maschi. [12 femmine; 9 maschi]

• 115 L'età di tre fratelli è complessivamente di 66 anni. Calcola l'età di ciascun fratello sapendo che ciascuna età è in rapporto ai numeri 6, 7 e 9. [18; 21; 27]

• 116 Quattro rotoli di carta hanno una lunghezza complessiva di 516 m. Calcola quanto misura ciascun rotolo sapendo che le singole lunghezze sono in rapporto ai numeri 5, 8, 13 e 17. [60 m; 96 m; 156 m; 204 m]

• 117 Un'autovettura del costo di € 15 000, viene pagata con € 8 850 in contanti e il resto in 6 rate in rapporto ai numeri 3, 5, 6, 7, 9, e 11. Quanto si dovrà pagare per ogni rata? [€ 450; € 750; € 900; € 1 050; € 1 350; € 1 650]

• 118 Un libro è costituito da 168 pagine. Se il rapporto tra le pagine che ho letto e quelle che devo leggere è $\frac{3}{4}$ e se devo restituire il libro tra 12 giorni, quante pagine al giorno dovrò leggere? [8]