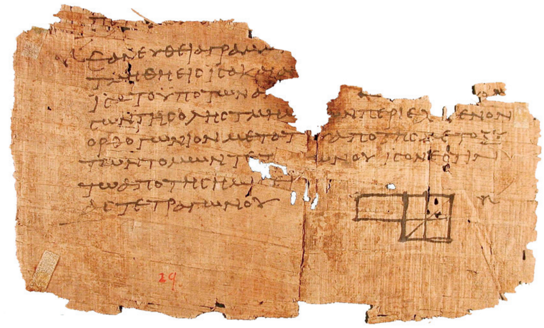
Le equazioni e il metodo della falsa posizione



Abbiamo accennato altrove alle abilità raggiunte in campo matematico dagli antichi Egizi. Nel papiro di Ahmes ed anche in quello di Rhind vi sono alcuni problemi che richiedono di trovare la soluzione di un'equazione nella forma che noi oggi scriveremmo così: $x + ax = b$, dove a e b sono noti. In quei testi l'incognita viene indicata con il termine «aha», che vuol dire «mucchio». Il problema 24 del papiro di Ahmes chiede ad esempio qual è il valore del mucchio se il mucchio ed $\frac{1}{7}$ del mucchio sono uguali a 19. Tradotto nel formalismo algebrico che siamo soliti usare oggi:

$$x + \frac{1}{7}x = 19.$$

Naturalmente per noi oggi è molto semplice risolvere questa equazione, ma gli antichi non conoscevano l'algebra e le sue regole; gli Egiziani però avevano inventato un metodo di risoluzione che oggi è noto come il metodo della "falsa posizione".
Con questo procedimento si attribuisce al mucchio (la nostra x) un valore specifico che, molto probabilmente, non è quello esatto; su questo valore si eseguono poi le operazioni indicate alla sinistra del segno di uguaglianza e si confronta il risultato ottenuto con quello desiderato.
Nel papiro di Ahmes il numero scelto è il 7, così, attribuendo ad x questo valore, l'espressione a sinistra dell'uguale diventa $7 + \frac{1}{7} \cdot 7$, cioè 8, che non è sicuramente uguale a 19.

Il metodo degli egiziani prosegue con un calcolo analogo a quella che per noi oggi è la risoluzione di una proporzione. Essi si chiedevano: se quando il mucchio vale 7 il risultato è 8, che valore ha il mucchio se il risultato è 19 ?
Tradotta in termini matematici la domanda equivale alla proporzione $7 : 8 = x : 19$, la cui soluzione $x = \frac{19 \cdot 7}{8}$ è anche la soluzione dell'equazione.

Usando il metodo della falsa posizione prova adesso a risolvere questi problemi:

- un numero sommato ai suoi $\frac{7}{6}$ dà 52; qual è il numero?
- Se ad un segmento si aggiungono i $\frac{3}{5}$ dello stesso segmento si ottiene un segmento lungo 32 cm; quanto è lungo il primo segmento?

Ti proponiamo uno dei problemi che il famoso matematico Tartaglia risolse con il metodo della falsa posizione.

Uno mercante compra 6 pezze di panni feltrini, e 8 pezze di panni di Bologna, e pezze 12 di panni scarlatini per ducati 2520. Li panni di Bologna gli costano la pezza tre volte di quello che gli costò la pezza di panni feltrini, e la pezza di panni scarlatini gli costarono un tanto e mezzo di quello che gli costò la pezza di panni di Bologna. Si dimanda quanto gli costò la pezza di panni feltrini e di ciascuna delle altre due sorte.

Ecco come Tartaglia risolse il problema.

Pone che la pezza di panni feltrini costa quello che ti pare: 24 ducati .....

cioè, proseguendo nel linguaggio dei nostri giorni, se poniamo che il costo di una pezza di feltro sia una somma a caso, per esempio 24 ducati, tenendo presente che il panno di Bologna è tre volte quello del feltro e il panno scarlatto costa $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ del costo del panno di Bologna, allora:

- 6 pezze di feltro costerebbero $24 \cdot 6 = 144$ ducati
- una pezza di panni di Bologna costerebbe $24 \cdot 3 = 72$ ducati e 8 pezze ne costerebbero $72 \cdot 8 = 576$
- una pezza di panno scarlatto costerebbe $\frac{3}{2} \cdot 72 = 108$ ducati e 12 pezze ne costerebbero $108 \cdot 12 = 1296$

e in totale la spesa sarebbe di 2016 ducati.

Allora il costo x di una pezza di feltro deve soddisfare la proporzione $x : 24 = 2520 : 2016$ da cui $x = 30$ ducati.

I seguenti due problemi di Tartaglia sono spesso presentati sotto forma di gioco anche su molti libri.

- *Sono tre belli gioveni freschi e gagliardi, i quali hanno tre belle damigelle per mogliere, e sono gelosi tutti, così le mogliere delli mariti, come li mariti delle mogliere.*
  Accadde che costoro si parteno da casa di brigata per esser vicini per voler andar a una certa perdonanza, onde accadette che nella via gli trovorno un fiume molto largo da passar, e non vi era ne ponte, ne porto, ma per sua ventura gli trovorno un navetto piccolo, che non gli poteva star dentro più che due persone, dimando, come faranno a passare senza alcun sospetto di gelosia.

  Questo stesso problema è oggi conosciuto come quello del salvare capra e cavoli e racconta di un traghettatore che deve trasportare da una sponda all'altra tre capre e tre cavoli in modo che una capra non resti mai da sola con un cavolo.

- *Sono duoi che hanno robbato una ampoletta di balsamo a uno signor, nella quale era dentro oncie 8 di balsamo a ponto accadette che costoro nel suo partire trovorno uno vedriaro, che haveva solamente due ampollette l'una delle quali teneva oncie 5, l'altra oncie 3 e così per la pressa che loro havevano gli comprorno queste due e camminorno di longo fin che furono al sicuro, poi si missero a voler partir questo balsamo, dimando come fecero non havendo ne peso, ne altra misura certa.*

  Questo problema del 1550 è stato addirittura messo in una scena di un famoso film con Bruce Willis, *Die Hard 3*, nel quale i due protagonisti, il tenente John McLaine ed il suo partner per caso Zeus Carver, dovevano porre esattamente 4 litri d'acqua presi da una fontana per evitare lo scoppio di una bomba, avendo a disposizione due taniche rispettivamente da 3 litri e da 5 litri; naturalmente i due eroi sono stati in grado di risolvere il problema in men che non si dica e di evitare lo scoppio della bomba.

Vuoi provare a trovare la soluzione di questi due problemi?