

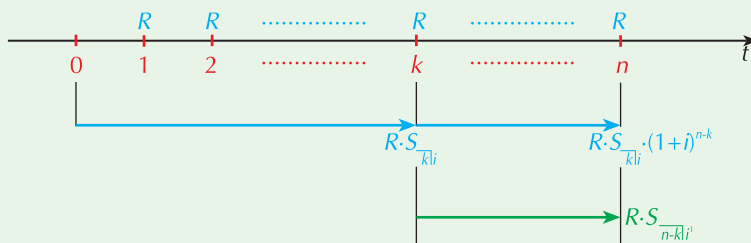
Altri problemi sulle rendite

Nel tempo di durata di una rendita, può capitare che intervengano delle variazioni rispetto a quelle concordate all'atto della stipula del contratto; queste variazioni possono riguardare il tasso di interesse applicato o una modifica dell'importo della rata.

Il cambiamento del tasso di interesse

Supponiamo che, dopo il pagamento delle prime k rate ad un tasso di interesse i , alle rimanenti $n - k$ venga applicato un tasso d'interesse i' .

La valutazione del montante di questa rendita viene fatto in questo modo:



- si determina il montante di una prima rendita di k rate di importo R al tasso i e lo si capitalizza per un tempo pari a $n - k$ periodi al tasso i' : $R \cdot s_{k|i} \cdot (1+i)^{n-k}$
- si determina il montante di una seconda rendita di $n - k$ rate di importo R al tasso i' : $R \cdot s_{n-k|i'}$
- si sommano i due montanti ottenuti.

Esempio

Alla fine di ogni anno versiamo una rata di € 600 al tasso annuo del 2,5%. Dopo il quarto versamento, il tasso scende al 2% annuo. Qual è il valore della rendita alla sua scadenza?

Il montante delle prime 4 rate, valutato all'alto del versamento della quarta rata, è uguale a: $600 \cdot s_{4|0,025}$

Tale somma va poi capitalizzata per i rimanenti 6 anni di durata della rendita: $600 \cdot s_{4|0,025} \cdot (1 + 0,02)^6$

Dopo il cambiamento del tasso, la nuova rendita è formata da 6 rate di pari importo valutate al nuovo tasso del 2%; il suo montante è pari a: $600 \cdot s_{6|0,02}$

Il montante complessivo della rendita è uguale a: $M = 600 \cdot s_{4|0,025} \cdot (1 + 0,02)^6 + 600 \cdot s_{6|0,02} = 6590,72(\text{€})$

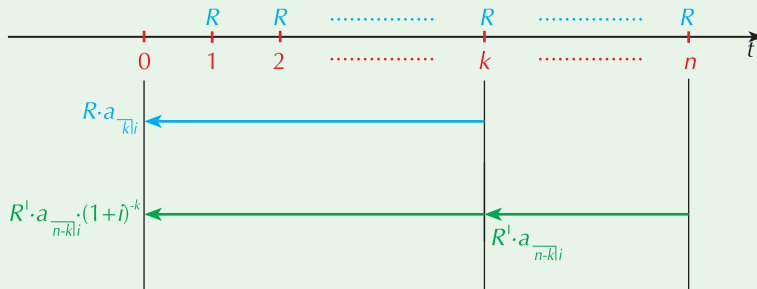
Il cambiamento della rata

Una rendita composta da n rate può prevedere una serie di k rate di un certo importo R e una seconda serie di $n - k$ rate di importo R' , tutte allo stesso tasso.

Il montante di una rendita di questo tipo si calcola in modo analogo al montante della precedente rendita, in questo caso cambia l'importo della rata e non il tasso:

- si determina il montante della prima rendita di k rate di importo R al tasso i e lo si capitalizza per un tempo pari a $n - k$ periodi: $R \cdot s_{\overline{k}|i} \cdot (1 + i)^{n-k}$
- si determina il montante di una seconda rendita di $n - k$ rate di importo R' allo stesso tasso i : $R' \cdot s_{\overline{n-k}|i}$
- si sommano i due montanti ottenuti.

Il valore attuale si determina con un analogo ragionamento:



- si determina il valore attuale di una rendita immediata di k rate di importo R : $R \cdot a_{\overline{k}|i}$
- si determina il valore attuale di una seconda rendita di $n - k$ rate di importo R' differita di k periodi: $R' \cdot a_{\overline{n-k}|i} \cdot (1 + i)^{-k}$
- si sommano i due valori attuali ottenuti.

I esempio

Una rendita è formata da 10 rate annue di cui le prime quattro di € 500 e le rimanenti sei di € 600; il tasso è del 10% annuo. Calcoliamo il montante della rendita.

Calcoliamo il montante di una rendita di 4 rate di importo 500 e poi lo capitalizziamo per 6 anni:

$$M_1 = 500 \cdot \frac{(1 + 0,10)^4 - 1}{0,10} \cdot (1 + 0,10)^6 = 4110,91(\text{€})$$

il montante della seconda rendita di 6 rate di importo € 600:

$$M_2 = 600 \cdot \frac{(1 + 0,10)^6 - 1}{0,10} = 4629,37(\text{€})$$

Il montante della rendita è $M = 4110,91 + 4629,37 = 8740,28(\text{€})$

II esempio

Davide ha diritto a riscuotere una rendita formata da 10 rate annue posticipate, di cui le prime tre di € 8900 e le altre di € 9500. Cede tale diritto come anticipo per l'acquisto di un immobile e la cessione viene fatta ad un tasso annuo del 6%. Quanto vale l'anticipo che Davide versa?

Si tratta di valutare:

- il valore attuale di una rendita immediata posticipata di 3 rate di importo € 8900: $8900 \cdot a_{\overline{3}|0,06}$
- il valore attuale di una rendita posticipata composta da 7 rate di importo € 9500, differita di 3 periodi: $9500 \cdot a_{\overline{7}|0,06} \cdot (1 + 0,06)^{-3}$

Il valore attuale della rendita è: $V = 8900 \cdot a_{\overline{3}|0,06} + 9500 \cdot a_{\overline{7}|0,06} \cdot (1 + 0,06)^{-3} = 6831,70(\text{€})$