

Oltre la geometria euclidea

La nascita della geometria probabilmente avvenne quando l'uomo primitivo iniziò ad osservare la natura e cercò di riprodurre per mezzo di disegni quello che vedeva: guardando il Sole e la Luna è nato il concetto di cerchio, le stelle sono i punti, una grande pianura il piano, una montagna il triangolo. Per molti anni la geometria è stata così relegata a motivazioni pratiche come la costruzione di oggetti (frecce, ciotole...) ispirandosi alle forme "geometriche" osservabili in natura.

Dobbiamo arrivare alle grandi civiltà Egiziana e Assiro-Babilonese per vedere i primi calcoli di geometria applicati alla misurazione di lunghezze e superfici. Il grande sviluppo della geometria si fa risalire al VII secolo a.C. quando i matematici greci, grazie anche alle conoscenze acquisite nei numerosi viaggi in Oriente, iniziarono ad elaborare un sistema strutturato. Poco alla volta, la geometria diventò slegata da ogni applicazione pratica e gli enti geometrici diventarono concetti astratti dei quali cercare legami e proprietà. **Pitagora** prima (VI secolo a.C.) ed **Eudosso** poi (IV secolo a.C.) diedero un notevole contributo in questo senso, ma l'intervento più importante fu quello di **Euclide** (300 a.C. circa). Nella sua opera, i 13 libri degli *Elementi* che sono il primo trattato scientifico arrivato fino a noi, Euclide raccoglie le conoscenze geometriche dell'epoca e le espone in modo sistematico, astratto e generalizzato, creando così un modello di teoria matematica

che è rimasto insuperato per secoli. Nei suoi libri Euclide segue uno schema logico ben preciso: inizia enunciando quali sono i "**termini**", cioè dà la definizione delle parole usate nel seguito; successivamente vengono enunciate le proposizioni non dimostrate, chiamate **assiomi** o **postulati**. Tutte le altre conseguenze, i **teoremi**, derivano dalle definizioni iniziali mediante processi di ragionamento chiamati **dimostrazioni**. Da secoli Euclide è considerato un'autorità scientifica indiscutibile e la sua geometria (la cosiddetta **geometria euclidea**) costituisce il modello di base per la rappresentazione della realtà in gran parte del mondo. Essa influenza anche l'arte, l'architettura e la stessa psicologia dell'uomo, il suo modo di vedere le cose e di pensare.

Nel 1700 il gesuita italiano **Gerolamo Saccheri**, considerando gli assiomi di Euclide volle provare a dimostrare il 5° postulato (per un punto esterno ad una retta passa una ed una sola parallela) a partire dagli altri assiomi. Nel tentativo di provare la sua tesi riuscì a costruire una pseudogeometria che funzionava anche senza il 5° postulato. La sua opera conobbe una certa fama dopo la sua morte, ma poi andò dimenticata. La svolta avviene circa un secolo dopo, quando il matematico russo **Nikolaj Ivanovic Lobacevskij** (1793-1856) e l'ungherese **Janos Bolyai** (1802-1860), indipendentemente uno dall'altro, capirono che non era possibile dimostrare il 5° assioma di Euclide a partire dagli altri assiomi. Entrambi costruirono una geometria basata sulla considerazione che, *data una retta r ed un punto P fuori di essa, esiste più di una retta per P parallela alla retta r* . Con questo nuovo assioma riuscirono a costruire una nuova geometria alla quale fu dato il nome di **geometria iperbolica**.

Un secolo più tardi il tedesco **George F.B. Riemann** (1826-1866), sempre negando il 5° postulato di Euclide, costruì un'altra geometria, detta **geometria ellittica**, basata sul presupposto che *per un punto esterno ad una retta non si può condurre alcuna parallela*.

In entrambe le geometrie non valgono molti teoremi (per esempio, il teorema di Pitagora o quello relativo alla somma degli angoli interni di un triangolo); è però possibile compiere operazioni geometriche che con la geometria euclidea sono impossibili

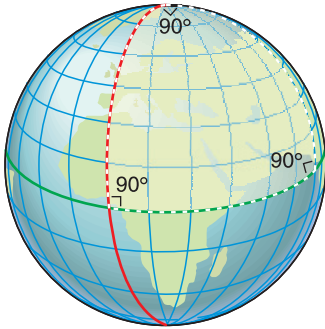


Frontespizio degli Elementi di Euclide stampato nel 1572

(ad esempio la quadratura del cerchio).

Per avere un esempio e ragionare secondo gli schemi della geometria ellittica basta considerare un mappamondo. Su di esso è possibile costruire un triangolo con tre angoli retti. Basta infatti:

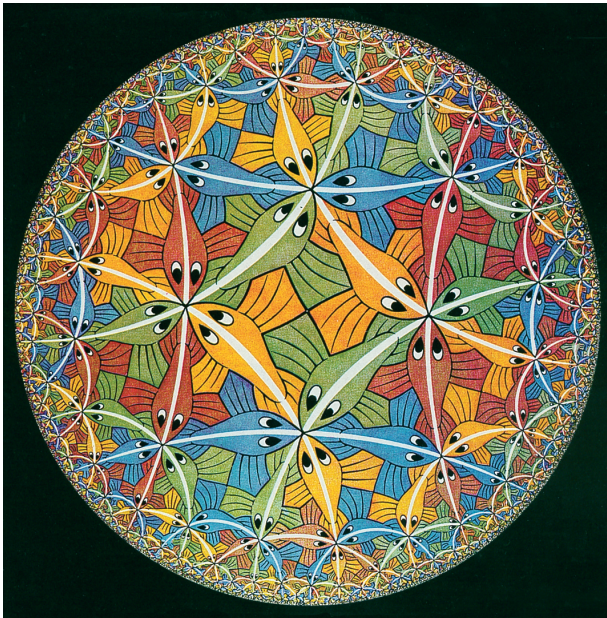
- posizionarsi sull'Equatore in corrispondenza del meridiano di Greenwich (0°)
- spostarsi a destra lungo l'Equatore per 90°
- salire verso il polo Nord
- ripercorrere il meridiano di Greenwich fino a giungere all'Equatore.



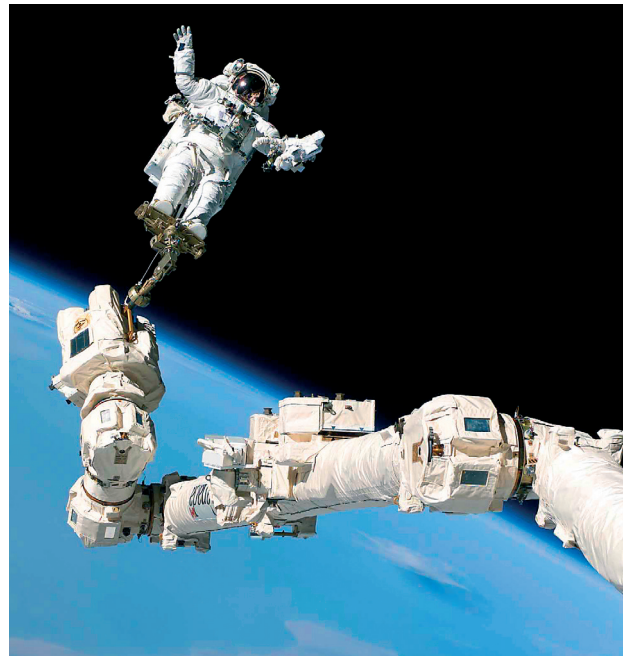
Ma allora perché studiare la geometria euclidea? Senza ombra di dubbio possiamo affermare che le sue conclusioni continueranno a valere ancora per molti anni. Sulla superficie terrestre continueremo ad usare questa geometria per costruire case, strade ed altro ancora. Allo stesso tempo però oggi disponiamo anche di altre geometrie che possiamo utilizzare a seconda dei nostri scopi.

Nello studio dell'astronomia spesso, soprattutto per gli oggetti più distanti (quasar), si ricorre alla geometria iperbolica.

Nella robotica invece si possono far muovere i bracci dei robot lungo circonferenze o su una sfera utilizzando le leggi della geometria ellittica. Troviamo un'altra applicazione nella determinazione delle rotte degli aerei. I piloti degli aerei sanno benissimo che per andare da Milano a New York è più veloce passare dal Polo Nord che viaggiare lungo il parallelo: utilizzano cioè la geometria ellittica anche se, forse, non l'hanno mai studiata.



Molte delle opere di Escher rispettano le regole della geometria iperbolica



L'orbita di un astronauta è descritta dalla geometria ellittica