

SCHEDA DI APPROFONDIMENTO

La risoluzione di un'equazione e la bilancia a due bracci

Per capire come i principi di equivalenza permettano di risolvere un'equazione si può paragonare il testo di un'equazione con una bilancia a due bracci in cui i due membri corrispondono ai pesi posti sui piatti. Il simbolo di uguaglianza posto fra i due membri ci assicura che la bilancia è in equilibrio.

Consideriamo, ad esempio, l'equazione

$$4x + 5 = 2x + 11$$

Sul piatto di sinistra ci sono 4 pesi incogniti (indicati con \otimes) e 5 grammi (ogni grammo è indicato con \blacksquare), sul piatto di destra ci sono 2 pesi (incogniti e uguali ai precedenti) e 11 grammi (*figura 1a*). Risolvere l'equazione vuol dire calcolare il valore del peso incognito x .

Ovviamente per mantenere la condizione di equilibrio sulla bilancia è possibile togliere (o aggiungere) gli stessi pesi su entrambi i bracci.

Possiamo iniziare eliminando 5 grammi dal braccio di sinistra; poiché la bilancia modifica la sua posizione di equilibrio (inclinandosi verso destra) dobbiamo togliere 5 grammi anche dal braccio di destra (*figura 1b*). Dal punto di vista formale stiamo applicando il **primo principio di equivalenza**, cioè abbiamo svolto l'operazione:

$$4x + 5 - 5 = 2x + 11 - 5$$

e, sommando i monomi simili nei due membri, otteniamo:

$$4x = 2x + 6$$

che è proprio quanto rappresentato nella *figura 1b*.

Allo stesso modo, se togliamo due pesi incogniti ($2x$) dal piatto di sinistra, li dobbiamo togliere anche da quello di destra (*figura 1c*):

$$4x - 2x = 2x + 6 - 2x \quad \text{cioè} \quad 2x = 6$$

Con queste due operazioni siamo riusciti a trasformare l'equazione iniziale in altre due equazioni fra loro equivalenti perché la condizione di equilibrio tra i due bracci è rimasta inalterata.

È facile ora scoprire che per ottenere la soluzione del nostro problema basta dividere per 2 i pesi sui due bracci (appliciamo cioè il **secondo principio di equivalenza**) ottenendo $x = 3$ (*figura 1d*).

