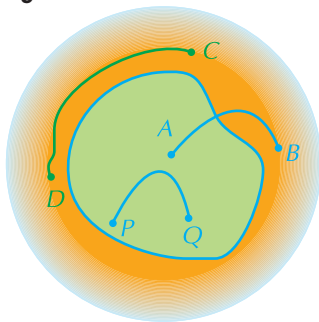


Un po' di topologia: il punto è interno o esterno?

Una linea chiusa semplice divide il piano in due regioni, una interna e l'altra esterna alla linea (**figura 1**) e se vogliamo congiungere con un arco un punto interno e uno esterno dobbiamo intersecare la linea almeno una volta, mentre per congiungere

Figura 1



due punti che appartengono alla medesima regione (interna o esterna che sia) non è necessario intersecare la linea; questo è quanto afferma l'assioma di partizione del piano considerato da un punto di vista più generale.

Se la linea non è complicata è facile capire se due punti appartengono alla medesima regione, ma che cosa possiamo dire dei punti indicati nella linea rappresentata in **figura 2a**? In base all'assioma, per concludere se appartengono alla stessa regione o meno, si dovrebbe trovare un arco che non interseca la linea oppure che la interseca in un punto; potremmo fare qualche tentativo, ma la cosa non è così semplice.

Con un po' di pazienza potremmo pensare di colorare una delle due regioni partendo da un punto qualsiasi, per esempio dal punto A che si trova nella chioma dell'albero (**figura 2b**); ci accorgiamo così che A si trova nella stessa regione del punto C dove si trova l'occhio del pulcino, ma in una regione diversa rispetto al punto B nella casetta.

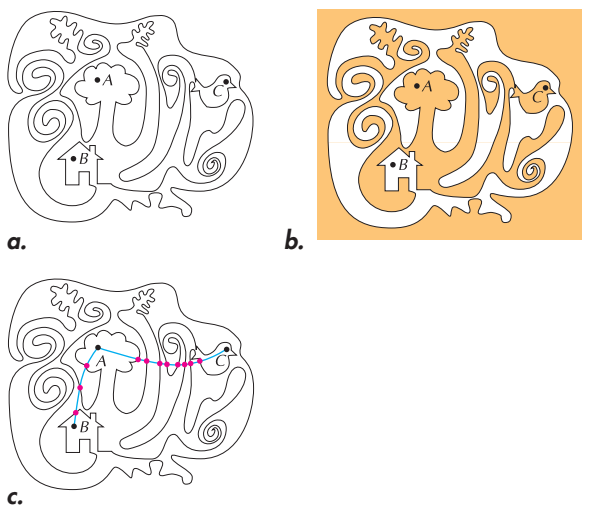
In realtà non è necessario né cercare un particolare arco che intersechi o non intersechi, né colorare le regioni; basta unire i due punti con un arco non tangente alla linea e contare quante volte questo arco la attraversa:

- se il numero di intersezioni è pari, i due punti appartengono alla medesima regione
- se è dispari, appartengono a regioni diverse.

In sostanza, numero pari significa che tante volte si entra in un regione, tante volte se ne esce; numero dispari significa che si entra nell'altra regione una volta in più rispetto a quelle che se ne esce.

L'arco che unisce i punti A e B interseca la linea 3 volte, quindi A e B appartengono a regioni diverse; l'arco che unisce i punti A e C la interseca 8 volte, quindi A e C si trovano nella medesima regione (**figura 2c**).

Figura 2



La linea che abbiamo disegnato sembra un gioco per bambini e in effetti molti giochi sono costruiti in questo modo; la questione si può ricondurre alla domanda: esiste un percorso che permette, partendo da un punto di raggiungerne un altro punto senza attraversare la linea di confine?

Nel nostro caso, senza fare tentativi di alcun genere, la risposta è NO per i punti A e B, è SI per i punti A e C.

Consideriamo adesso le linee che abbiamo rappresentato in **figura 3a** e **3b**; esiste un percorso che, partendo dal centro della figura permette di uscire dal labirinto? A te la risposta.

Fig. 3

