

# Esercizi di consolidamento

## 1 esercizio guidato

$$\frac{1}{2}(x-2) + 2x > \frac{3}{4}(x+1) - 3$$

Sviluppiamo i calcoli nei due membri:  $\frac{1}{2}x - 1 + 2x > \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} - 3$

facciamo il denominatore comune:  $\frac{2x-4+8x}{4} > \frac{3x+3-12}{4}$

Eliminiamo i denominatori moltiplicando per 4 (numero positivo):  $10x - 4 > 3x - 9$

Trasportiamo i termini con l'incognita a sinistra e i termini noti a destra:

$$10x - 3x > -9 + 4 \quad \text{da cui} \quad 7x > -5$$

Dividiamo per 7 (numero positivo):  $x > -\frac{5}{7}$

$$2 \quad \frac{x-1}{3} + 2x \leq x+1 \quad [x \leq 1]$$

$$3 \quad 12 + 6x + \frac{4x+2}{3} > 4x \quad \left[ x > -\frac{19}{5} \right]$$

$$4 \quad x - 2(1-4x) \geq \frac{1}{4} \quad \left[ x \geq \frac{1}{4} \right]$$

$$5 \quad 3 + \frac{3x-2}{3} + (x+1)^2 \leq x^2 \quad \left[ x \leq -\frac{10}{9} \right]$$

$$6 \quad \frac{1-x}{2} + \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{1}{2}x \right) \leq 1 \quad \left[ x \geq \frac{2}{3} \right]$$

$$7 \quad \left( x - \frac{1}{2} \right) (2x-3) \geq \frac{3+4x^2}{2} - 2x \quad [x \leq 0]$$

$$8 \quad \frac{x+3}{2} - \frac{1-x}{4} + \frac{3x-2}{8} < 2 \quad \left[ x < \frac{8}{9} \right]$$

$$9 \quad \frac{1}{3}x + 1 - \frac{1}{3}(x^2+1) \leq (x-1) \left( 2 - \frac{1}{3}x \right) \quad \left[ x \geq \frac{4}{3} \right]$$

$$10 \quad \frac{5x+1}{4} + 2x^2 + 1 \geq (1+2x) \left( x - \frac{1}{2} \right) \quad \left[ x \geq -\frac{7}{5} \right]$$

$$11 \quad \frac{3}{4}x(1+4x) - 2 \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 \leq x^2 \quad \left[ x \geq -\frac{6}{7} \right]$$

$$12 \quad \frac{x+1}{6} + \frac{x-1}{12} + \frac{1+x}{3} > 0 \quad \left[ x > -\frac{5}{7} \right]$$

$$13 \quad 12 - 6(x+2) + \frac{15x-3}{5} - x < \frac{1}{2}x \left( 3 - \frac{1}{3} \right) - \frac{16}{3}x \quad [R]$$

$$14 \quad 2(x-3)(x+1) - \frac{2x+5}{2} \leq x(2x-1) \quad \left[ x \geq -\frac{17}{8} \right]$$

$$15 \quad \frac{4x+5}{12} - \frac{1}{2} \left( \frac{2x+1}{6} - x + 2 \right) > 1 \quad \left[ x > \frac{5}{2} \right]$$

$$16 \quad (\sqrt{3}x + 1)(1 - \sqrt{3}) + 3x > x + \sqrt{3} \quad \left[ x > \frac{\sqrt{3}+5}{2} \right]$$

$$17 \quad \frac{\sqrt{2}-x}{3} - (1 + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) > 2 \quad [x < 4(3 - 2\sqrt{2})]$$

$$18 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + x\sqrt{2} - 1 > \frac{x - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{x + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \quad [x > \sqrt{2} - 2]$$

$$19 \quad (x^2 - x + 1)^2 - (x^2 - 1)(x^2 + 1) + 2x(x + 2)(x - 3) \leq x^2 + 9 \quad \left[ x \geq -\frac{1}{2} \right]$$

$$20 \quad (x + 1)(x - 1) - (x + 1)(-x - 1) - 2(x - 2)(x + 3) > x + 6 \quad [x < 6]$$

$$21 \quad (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x + 2)^3 \leq (3x - 1)(1 - 2x) - 15 \quad [x \geq 0]$$

$$22 \quad \frac{5x-1}{5} - \frac{3-6x}{2} < \frac{3}{5}x \quad \left[ x < \frac{1}{2} \right]$$

$$23 \quad \frac{2x-1}{3} + \frac{2(x+3)}{5} \leq \frac{1}{3}(x-4) \quad [x \leq -3]$$

$$24 \quad \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - x \right) + \frac{1}{3} \left( x - \frac{1}{2} \right) > \frac{x - \frac{1}{3}}{2} - \frac{3x + \frac{7}{2}}{3} \quad [x > -4]$$

$$25 \quad (x^2 - 3x + 5)^2 - \frac{1}{2}(4x + 3)^2 \leq 7 + x^2(11 - 6x) + \frac{1}{2}(x^4 - 9) + \frac{1}{2}x^4 \quad \left[ x \geq \frac{3}{7} \right]$$

**Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.**

### 26 esercizio guidato

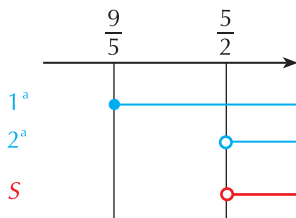
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 3x - 4 \\ 2x - 5 > 0 \end{cases}$$

Risolviamo separatamente le due disequazioni:

$$1^{\text{a}} \text{ disequazione: } x + 1 \leq 6x - 8 \rightarrow -5x \leq -9 \rightarrow 5x \geq 9 \rightarrow x \geq \frac{9}{5}$$

$$2^{\text{a}} \text{ disequazione: } 2x > 5 \rightarrow x > \frac{5}{2}$$

Costruiamo la tabella delle soluzioni:



Il sistema è verificato nell'intervallo  $x > \frac{5}{2}$ .

$$27 \quad \begin{cases} -3(x+2) \geq 0 \\ \frac{x+4}{2} - \frac{x-2}{4} \geq 2 \end{cases} \quad [-2]$$

$$28 \quad \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{2} - 5 \geq 0 \\ \frac{x-3}{2} + \frac{x+1}{5} \leq \frac{1}{2}(x+3) \end{cases} \quad [x \leq -22]$$

$$29 \quad \begin{cases} \frac{x-2}{5} - \frac{x-1}{3} \geq \frac{2x+1}{10} \\ x - \frac{x+1}{3} - \frac{3x+4}{6} < \frac{x}{2} \end{cases} \quad \left[-3 < x \leq -\frac{1}{2}\right]$$

$$30 \quad \begin{cases} \frac{x+1}{1+\frac{1}{2}} + \frac{x-1}{\frac{1}{2}-1} > \frac{8}{3} \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{10} - x \left(1 - \frac{1}{5}\right) > 5^{-1}(x-1) \end{cases} \quad [x < 0]$$

$$31 \quad \begin{cases} \frac{1+3x}{4} - \frac{x}{3} \geq \frac{x+1}{6} \\ \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{2}x - 1\right) - 1 > \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x \end{cases} \quad \left[-\frac{1}{3} \leq x < -\frac{1}{4}\right]$$

$$32 \quad \begin{cases} \frac{x}{2} < \frac{x}{3} \\ 2x - 1 > \frac{1-x}{3} \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} < x - \frac{1}{4} \end{cases} \quad [\emptyset]$$

$$33 \quad \begin{cases} -x > 0 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{5} < \frac{1-2x}{15} \\ 3x - 1 \leq 9 + x \end{cases} \quad \left[x < -\frac{15}{4}\right]$$

$$34 \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 1 > (2-x)^2 - \frac{1-x^2}{3} - \frac{5}{6}x^2 \\ -3(x-1) < 0 \\ \left(\frac{1}{3}x - 2\right) \left(\frac{1}{3}x + 2\right) \geq \left(\frac{x-1}{3}\right)^2 - 1 \end{cases} \quad [x \geq 14]$$

$$35 \quad \begin{cases} 2 - x \leq \frac{3(x+1)}{2} \\ (x-2)(2-x) \geq -(4+x^2) \\ 3 < 5 - x \end{cases} \quad \left[\frac{1}{5} \leq x < 2\right]$$

$$36 \quad \begin{cases} (x-1)^3 - 3(x-1)(-1-x) < x^3 \\ -5(x-2) \geq 0 \\ \frac{x+4}{3} - \frac{x+3}{4} > \frac{2x+3}{12} \end{cases} \quad \left[x < \frac{4}{3}\right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al primo scomponendo in fattori.

37

## esercizio guidato

$$4x^2 - 3x > 2x - x(x + 1)$$

Trasportiamo tutti i termini al primo membro e sviluppiamo i calcoli:

$$4x^2 - 3x - 2x + x(x + 1) > 0$$

$$5x^2 - 4x > 0$$

Scomponiamo in fattori:  $x(5x - 4) > 0$

Studiamo il segno di ogni fattore del prodotto:  $x > 0$

$$5x - 4 > 0 \quad \rightarrow \quad x > \frac{4}{5}$$

Costruiamo la tabella dei segni e calcoliamo il segno del prodotto:

	0	$\frac{4}{5}$	
$x > 0$	-	+	+
$5x - 4 > 0$	-	-	+
prodotto	+	-	+

Poiché vogliamo sapere quando il polinomio è maggiore di zero, scegliamo gli intervalli con il segno +:

$$x < 0 \vee x > \frac{4}{5}$$

38  $x^2 + 3x > 0$

39  $5x - x^2 \geq 0$

$[x < -3 \vee x > 0; 0 \leq x \leq 5]$

39  $(x + 1)(x - 2) \leq 0$

40  $(x + 3)(x + 7) \geq 0$

$[-1 \leq x \leq 2; x \leq -7 \vee x \geq -3]$

40  $2(3 - x)(x - 4) \leq 0$

41  $x^2 + 5x + 6 \leq 0$

$[x \leq 3 \vee x \geq 4; -3 \leq x \leq -2]$

41  $x^2 + 10x + 21 \geq 0$

42  $2x^2 + x - 1 < 0$

$[x \leq -7 \vee x \geq -3; -1 < x < \frac{1}{2}]$

42  $4x^2 + 4x + 1 > 0$

43  $9x^2 - 12x + 4 < 0$

$[R - \{-\frac{1}{2}\}; \emptyset]$

43  $3x^2 - 7x + 2 < 0$

44  $3(x^2 - 1) \leq 0$

$[\frac{1}{3} < x < 2; -1 \leq x \leq 1]$

44  $2 - x(1 + 3x) \leq 0$

45  $x(x - 1) > 2$

$[x \leq -1 \vee x \geq \frac{2}{3}; x < -1 \vee x > 2]$

45  $\frac{(x + 3)^3}{4} - 7 < \frac{1}{4}(x - 1)^3 + 5x$

$[-\frac{1}{3} < x < 0]$

46  $\frac{x^2 - x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x + 2}{6}$

$[x < 0 \vee x > \frac{4}{3}]$

47  $(2x - 1)^2 - \frac{x + 1}{2} < \frac{15}{2}$

$[-\frac{7}{8} < x < 2]$

48  $\frac{4x + 1}{4} - \left(\frac{3}{2}x - 1\right)\left(\frac{3}{2}x + 1\right) < 0$

$[x < -\frac{5}{9} \vee x > 1]$

$$49 \quad \frac{1+x}{2} - 3x(x-1) < x + \frac{1}{2}$$

$$\left[ x < 0 \vee x > \frac{5}{6} \right]$$

$$50 \quad \frac{(1-x)(2x+3)}{4} > \frac{x+2}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\left[ -\frac{5}{2} < x < 1 \right]$$