

I punti di ottimo con le funzioni marginali

Data la funzione di utilità $U(x, y)$ e il vincolo di bilancio $p_x x + p_y y = C$, dimostriamo che nel punto di massima utilità il rapporto tra le funzioni marginali di utilità è uguale al rapporto tra i prezzi dei due beni.

La funzione di Lagrange è la seguente:

$$L = U(x, y) + \lambda(C - p_x x - p_y y)$$

Sappiamo che i punti fra cui ricercare quelli di massimo assoluto sono le soluzioni del sistema che si ottiene uguagliando a zero le derivate parziali di L :

$$\begin{cases} U'_x - \lambda p_x = 0 \\ U'_y - \lambda p_y = 0 \\ C - p_x x - p_y y = 0 \end{cases}$$

Se ricaviamo il valore di λ dalle prime due equazioni e uguagliamo i valori ottenuti si ha che

$$\lambda = \frac{U'_x}{p_x} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{U'_y}{p_y}$$

da cui $\frac{U'_x}{p_x} = \frac{U'_y}{p_y}$ o anche $\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{p_x}{p_y}$.