

Il logaritmo

Abbiamo studiato che i termini dell'operazione di elevamento a potenza sono tre: per esempio nella potenza $3^2 = 9$ il numero 3 è la base, 2 è l'esponente e 9 la potenza.

Tale operazione ha due operazioni inverse:

1. Conosciamo l'esponente e la potenza e vogliamo calcolare la base: $x^2 = 9$;
2. Conosciamo la base e la potenza e vogliamo calcolare l'esponente: $3^x = 9$.

Del primo caso ci siamo ampiamente occupati in questo capitolo e sappiamo che l'operazione di cui parliamo si chiama estrazione di radice quadrata; soffermiamoci ora sul secondo caso.

Ci poniamo la seguente domanda: per quale numero bisogna elevare la base 3 per ottenere la potenza 9? Evidentemente il nostro numero è 2; infatti $3^2 = 9$. L'operazione inversa dell'operazione di elevamento a potenza che ci consente di calcolare l'esponente conoscendo la base, si chiama **logaritmo** (dal greco dove "lògos" ragione e "arithmos", numero, quindi letteralmente il logaritmo sarebbe il "numero della ragione").

In simboli: $\log_3 9 = 2$; il numero 3 prende il nome di base, il numero 9 di argomento e il numero 2 di logaritmo. L'operazione di logaritmo può ovviamente riguardare potenze di base 2, 3, 4 ecc. Lo studio approfondito di questa importante operazione sarà affrontato nelle scuole superiori.

La scoperta dei logaritmi si deve a John Nepero, scienziato di origine scozzese, che per primo capì l'importanza dei logaritmi soprattutto perché facilitano in modo notevole calcoli molto complicati.

Molti fenomeni naturali trovano una spiegazione chiara e sintetica grazie all'uso dei logaritmi. Anche la rappresentazione grafica di alcuni fenomeni sarebbe illeggibile e poco significativa, se non si facesse uso dei logaritmi. Vi sono infatti alcune grandezze che crescono così rapidamente, al variare di altre, che diventa impossibile rappresentarle efficacemente su un foglio mantenendo la scala reale dei valori.

Per chiarire il concetto facciamo l'esempio della crescita dei batteri. I batteri sono organismi molto semplici, formati da una sola cellula della grandezza del millesimo di millimetro; si riproducono con estrema rapidità per semplice scissione. Ora, se le condizioni ambientali sono favorevoli, si possono ottenere anche tre generazioni in un'ora. Immaginiamo adesso di voler determinare la crescita di una popolazione di batteri partendo da un singolo esemplare:

- dopo venti minuti diventano 2;
- dopo quaranta minuti 4;
- dopo un'ora, ovvero dopo tre generazioni 8 (2^3);
- dopo 2 ore, cioè dopo 6 generazioni 64 (2^6);
- dopo 5 ore, cioè dopo 15 generazioni 32 768 (2^{15})

e così via secondo le potenze del 2.

Se ora volessimo rappresentare su un diagramma cartesiano tale crescita, ponendo sull'asse delle ascisse i tempi e sull'asse delle ordinate il numero dei batteri, ci renderemmo subito conto che anche scegliendo un'unità di misura molto piccola, già dopo poche generazioni il foglio di carta non sarebbe più sufficiente a contenere il grafico.

A questo punto entrano in gioco i logaritmi. Se sull'asse delle ordinate invece che segnare il numero delle cellule si riportasse il logaritmo di tale numero il diagramma diventerebbe più contenuto e chiaro e, quindi, di più facile lettura.

