Gli sviluppi dell'algebra

Per qualsiasi studente è assolutamente naturale lavorare con numeri, lettere, simboli di operazioni, valutare uguaglianze o disuguaglianze. Questo modo di operare semplifica enormemente la trasmissione di concetti. E' molto più facile infatti esprimere una proprietà con un simbolismo algebrico che non a parole; la semplice regola dello sviluppo del quadrato di un binomio è molto più semplice ed immediata se la scriviamo così:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ma il linguaggio algebrico è una conquista relativamente recente e ci sono voluti secoli per giungere ai simboli e alle tecniche utilizzate oggi. Vale la pena di ripercorrere brevemente questo cammino per renderci conto di quanto difficili da conquistare siano state spesso conoscenze che a noi oggi appaiono scontate.
Il metodo algebrico, ma non le rappresentazioni simboliche usate oggi correntemente, era già utilizzato nell'antichità, nell'ambito di civiltà quali la babilonese, l'indiana e la greca. In ognuna di esse, tuttavia, l'algebra possedeva caratteristiche particolari.
Presso i Babilonesi la matematica era utilizzata da commercianti, tecnici ed agricoltori per risolvere problemi pratici, legati alla canalizzazione delle acque, alla misurazione dei terreni e a questioni di eredità. Già verso il 2000 a.C. in questa società, come risulta dalla lettura di tavolette di terracotta incise con caratteri cuneiformi, si può parlare di procedimenti algebrici presentati sotto forma di problemi concreti e di esempi numerici. Più tardi, nella seconda metà del quinto secolo d.C., anche in India si cominciò ad usare l'algebra, come testimonia l'opera del matematico **Arya-Bhata**, nella quale vengono risolte equazioni di primo e secondo grado. Anche presso questa società, però, i numeri ed i calcoli servivano soprattutto per le attività commerciali.
Per quanto riguarda la Grecia, pur esistendo riferimenti algebrici in problemi di geometria databili al quinto secolo a.C., è soltanto con **Diofanto** nel 200 d.C. che si può parlare di algebra. Egli infatti, in particolar modo nell'opera *Arithmetica*, al contrario di quelli che lo avevano preceduto, non risolse le equazioni algebriche per mezzo della geometria, ma operò mediante un'incognita, che indicava con il simbolo σ (lettera greca sigma).
A Bagdad, a cavallo fra l'ottavo ed il nono secolo dell'era cristiana, visse e lavorò Muhammad Ibn Musà detto **Al-Khuwarizmi** dalla città di cui era originario. Egli, tra l'800 e l'825, scrisse due importanti opere di matematica. Secondo alcuni storici da una di queste, che nella traduzione latina comincia con le parole «Algoritmi dicit ...», deriva la parola *algoritmo*, usata per la prima volta nel Medio Evo; secondo altri, invece, essa deriva dalla storpiatura del suo soprannome. Dal titolo del suo trattato «Al-gebr we'l mukabala», che si può considerare l'atto di nascita di questa disciplina, deriva invece la parola *algebra*. Di questo libro si è conservato un manoscritto arabo del 1342, attualmente ad Oxford, e alcune versioni latine, di cui le più famose sono quella di Robert of Chester, redatta nel 1145 a Segovia e quella di Gherardo da Cremona (1114-1187) fatta a Toledo.
L'obiettivo che Al-Khuwarizmi si era prefisso in questa opera era quello di scrivere un manuale che servisse alla risoluzione dei problemi della vita quotidiana; in realtà l'opera ebbe una diffusione ben più ampia di quella che l'autore si aspettava.
Al-Khuwarizmi nelle sue opere si occupò anche della risoluzione delle equazioni di primo e di secondo grado, e in esse indicò l'incognita con la parola «cosa» o «radice di una pianta», da cui deriva la consuetudine di chiamare «radice» la soluzione di un'equazione.
La parola «cosa» si ritrova anche in manoscritti cinesi precedenti, risalenti al primo e secondo secolo d.C., per indicare l'incognita. Il fatto di ritrovare lo stesso nome per indicare lo stesso elemento in due civiltà diverse e lontane nel tempo, ci fa comprendere che già in epoche remote i matematici avevano capito che l'incognita può indicare una «cosa» qualsiasi, indipendentemente dalla sua natura.

Al-Khuwarizmi

Anche in Italia, quando dall'anno 1000 in poi si risvegliò l'interesse per la matematica, l'incognita si chiamò «cosa», sulla scia dell'influenza araba, diffusa nel nostro paese grazie al *Liber Abaci* di Leonardo Pisano, detto **Fibonacci**. In tale opera compare anche, per la prima volta, la parola di origine latina «equazione».
Nel secolo successivo, i matematici volsero la loro attenzione al problema di trovare una soluzione per le equazioni di terzo grado, che era stato lasciato irrisolto sia dai Greci che dagli Arabi.
Ad oggi è nota solamente una formula per la soluzione di equazione di terzo grado. Quelle di grado superiore sono risolvibili mediante l'applicazione di una formula solamente se il testo dell'equazione è scritto in particolari forme.
Cartesio (1596-1650) apportò poi ulteriori miglioramenti al simbolismo algebrico, usando le prime lettere dell'alfabeto per i numeri noti: a, b, c,... e le ultime per le incognite: x, y, z. Rappresentò anche le potenze con i numeri arabi posti in alto a destra della lettera, così come facciamo noi oggi, tranne nel caso del quadrato: a^2 veniva indicato con aa; accostò i termini di un prodotto senza indicare il simbolo di operazione, usò il simbolo odierno $\sqrt{\ }$ per la radice quadrata ed il simbolo $\sqrt{\ }c$ per quella cubica.
E' da questo momento che ebbe inizio propriamente l'algebra come scienza del calcolo letterale, cioè quella parte della matematica che si serve di formule costruite anche con le lettere. Successivamente, verso l'inizio dell'Ottocento, il problema primario dell'algebra divenne quello di trovare metodi per risolvere un'equazione di grado n in un'incognita. In questo periodo algebra significava ancora e soprattutto teoria delle equazioni algebriche.
Intorno alla metà dell'Ottocento, tuttavia, in varie branche della fisica e nella stessa matematica si cominciarono a studiare grandezze per le quali è possibile eseguire le operazioni che conosciamo (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione), ma con regole diverse da quelle che valgono per i numeri razionali (ad esempio il calcolo con gli insiemi). Di conseguenza, gli studi si concentrarono più sulle operazioni in se stesse che sugli enti su cui si opera.
Oggi l'algebra è uno strumento dinamico ed efficace per affrontare ricerche sempre più complesse e diversificate.