

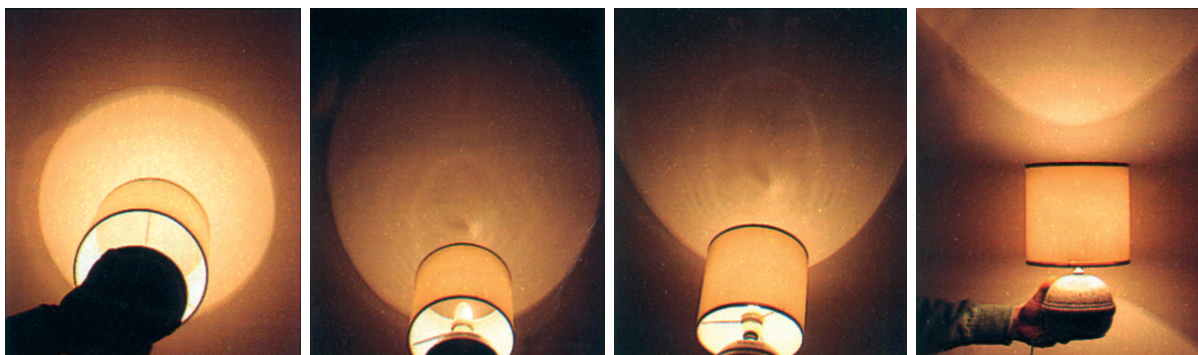
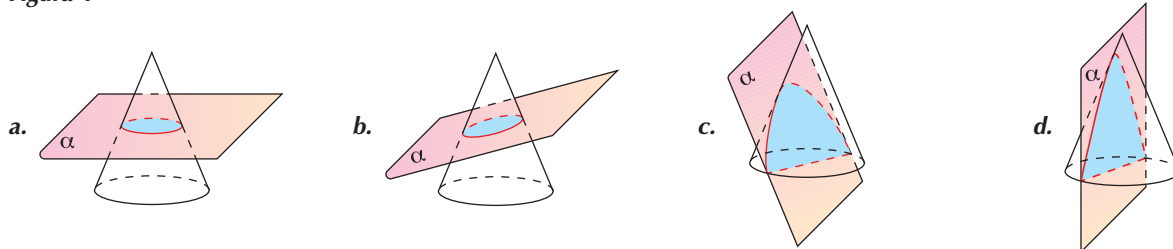
SCHEDA DI APPROFONDIMENTO

Le coniche

Sezionando un cono con un piano si ottengono delle curve la cui forma dipende dall'inclinazione del piano rispetto al solido. Distinguiamo quattro casi:

- se il piano è parallelo alla base del cono, la sezione originata è una **circonferenza** (*figura 1a*);
- se il piano è inclinato, rispetto alla base del cono, la sezione originata è un' **ellisse** (*figura 1b*);
- se il piano è parallelo ad una generatrice, la sezione originata è una **parabola** (*figura 1c*);
- se il piano non passa per l'asse di rotazione, ma è parallelo ad esso, la sezione originata è un' **iperbole** (*figura 1d*).

Figura 1



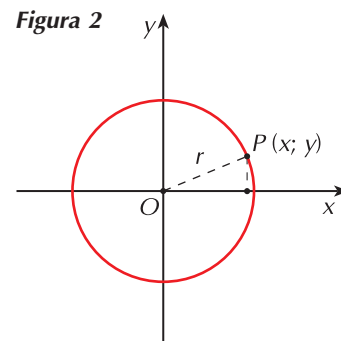
Proprio perché circonferenza, ellisse, parabola e iperbole derivano dalla sezione di un cono, vengono dette anche **curve coniche**. La caratteristica delle coniche è quella di essere delle curve piane che sono espresse algebricamente da **equazioni di secondo grado**. Per la complessità dell'argomento una trattazione completa sarà possibile solo nelle scuole superiori. In ogni caso, anche se in modo sommario, abbiamo già studiato la parabola e l'iperbole con le loro equazioni e la loro rappresentazione nel piano cartesiano. Analizziamo ora le altre due curve.

La circonferenza

Ricordiamo che:

DEFINIZIONE. La **circonferenza** è l'insieme di punti del piano equidistanti da un punto fisso, detto **centro**.

Disegniamo una circonferenza che abbia il centro O nell'origine di un sistema di assi cartesiani (*figura 2*) e consideriamo un generico punto P della



circonferenza di coordinate $(x; y)$; la distanza OP , applicando la formula della distanza fra due punti, è data da:

$$OP = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} \quad \text{e quindi} \quad OP = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Indicando ora con r la generica misura del raggio OP ed elevando al quadrato i due membri dell'equazione precedente otteniamo:

$$r^2 = \left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 \quad \text{cioè} \quad r^2 = x^2 + y^2$$

ovvero $x^2 + y^2 = r^2$

Questa è l'**equazione della circonferenza** di centro O e raggio r .

L'ellisse

Iniziamo lo studio di questa importante figura geometrica partendo dalla sua:

DEFINIZIONE. L'**ellisse** è l'insieme dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi, detti **fuochi**.

Indicando con F_1 e F_2 i due fuochi, disegniamo un'ellisse che abbia il centro O nell'origine di un sistema di assi cartesiani (**figura 3**); se consideriamo un generico punto P dell'ellisse abbiamo:

$$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = k \text{ (costante)}$$

Da questa formula, indicando con x e y le coordinate di P , e attraverso una serie di passaggi algebrici, che potrai studiare nella scuola superiore, si giunge all'**equazione dell'ellisse**:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

essendo a e b rispettivamente le distanze delle intersezioni dell'ellisse rispetto l'origine degli assi cartesiani.

Figura 3

