

Applicazione algebrica: Teorema di Ruffini

Utilizzando il Teorema del resto, stabilire se un polinomio di sesto grado è divisibile per un binomio del tipo $(x-m)$.

In particolare verificare se il polinomio $P(x) = -2x^6 + 2x^5 - 4x^4 + 10x^3 - 2x^2 + 20x + 16$ è divisibile per il binomio $(x - 2)$.

Richiami teorici

Richiamiamo due teoremi riguardanti la divisibilità tra polinomi.

Teorema del resto.

Dato un polinomio $P(x)$ e un binomio di primo grado del tipo $(x - m)$, il resto della divisione di $P(x)$ per $(x - m)$ è dato da $P(m)$, cioè il resto è dato dal valore che assume il polinomio $P(x)$ quando si assegna alla lettera x il valore m .

In simboli: $R = P(m)$

Un polinomio è divisibile per un altro polinomio quando il resto della divisione tra il primo e il secondo polinomio è nullo.

Da qui discende il Teorema di Ruffini.

Teorema di Ruffini.

Condizione necessaria e sufficiente affinché un polinomio $P(x)$ sia divisibile per un binomio $(x - m)$ è che $P(m) = 0$.

Generalizzando il teorema, se il divisore $(x - m)$ fosse del tipo $hx + k$, al posto della x in $P(x)$ si deve sostituire $m = -k/h$ per ottenere $P(-k/h) = 0$.

Realizzazione del foglio di lavoro

Dopo aver aperto una nuova cartella di Excel, prepariamo il *Foglio1* come in figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	DIVISIBILITA' TRA POLINOMI							
2								
3	Stabilire se il polinomio $(ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g)$ è divisibile per il binomio $(x - m)$							
4								
5	Grado dei termini	6	5	4	3	2	1	0

Nella riga 3 scriviamo il testo del problema indicando il polinomio in modo generale, cioè con i coefficienti letterali; per scrivere gli esponenti dobbiamo fare clic sul pulsante di visualizzazione del gruppo **Carattere** della scheda **Home**, porre il segno di spunta sull'effetto **Apice** della finestra **Carattere** e fare clic su **OK**.

Effetti

Barrato

Apice

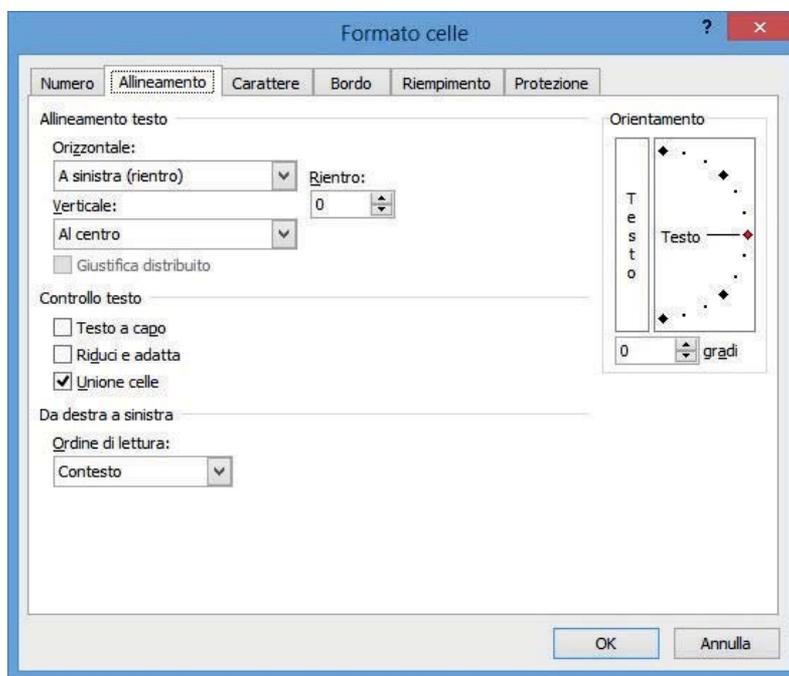
Pedice

Per scrivere di nuovo nel modo normale, dobbiamo riaprire la finestra **Carattere**, deselezionare **Apice**. Inseriremo i valori dei coefficienti nelle righe successive.

Nella riga 5 riportiamo i gradi dei termini del polinomio; prevediamo di utilizzare al massimo polinomi di sesto grado, ma la tabella si può ampliare. Per inserire i numeri da 6 a 0, utilizziamo la procedura del riempimento automatico: dopo aver scritto i numeri 6 e 5 nelle due celle consecutive B5 e C5, selezioniamo le due celle e trasciniamo il quadratino di riempimento fino alla cella H5, dove il valore del grado vale 0.

Nella cella A6 scriviamo "*Coefficienti del polinomio*" e nelle celle della riga 6 indichiamo le lettere che rappresentano i coefficienti; per scriverle, dopo aver digitato *a* e *b* rispettivamente in B6 e C6, selezionate le due celle, trascinando il quadratino di riempimento della selezione riempiamo le celle fino alla lettera *g*.

Poiché le due righe 6 e 7 si riferiscono ai coefficienti del polinomio, possiamo unire le due celle A6 e A7 in un'unica cella seguendo questa procedura: dopo aver selezionate le due celle, facciamo clic sul pulsante di visualizzazione del gruppo **Allineamento** e, nella finestra **Formato celle**, poniamo il segno di spunta nella casella **Unione celle**, quindi scegliamo **A sinistra** nella casella combinata **Orizzontale** del riquadro **Allineamento testo**, e **Al centro** in quella **Verticale**. Facciamo clic su **OK** per confermare le scelte fatte.



Ciò che verrà scritto nella nuova cella, ottenuta dall'unione delle due celle precedenti, si troverà a metà tra le due righe 6 e 7. In alternativa, dopo aver selezionato le celle A6 e A7, si può fare clic sul pulsante **Unisci e allinea al centro**  del gruppo **Allineamento** della scheda **Home**. Occorre però correggere l'allineamento orizzontale mediante i pulsanti del gruppo **Allineamento**, perché il testo risulta centrato nella cella e non allineato a sinistra.

Nella riga sottostante, la 7, in corrispondenza delle variabili *a*, *b*, ... inseriamo i valori dei coefficienti dell'esercizio considerato, nel nostro caso i numeri -2, 2, -4, 10, -2, 20, 16.

Nella cella A8 digitiamo "*Valore di m*": il valore numerico di *m* verrà scritto nella cella B8; nel nostro caso il numero 2.

Nella cella A10 scriviamo "*Prodotti*" e nelle celle adiacenti della stessa riga calcoliamo i prodotti dei coefficienti per le potenze di *m*, ottenute elevando *m* ai rispettivi gradi dei termini del polinomio.

In particolare scriviamo in B10

$$=B7*\$B\$8^B5$$

e copiamo la formula trascinando il quadratino di riempimento dalla cella B10 alla cella H10. Poiché il programma dà segnalazione di errore quando si calcola 0^0 , dobbiamo prevedere il caso in cui m sia nullo. In questo caso l'ultimo prodotto, quello in H10, sarebbe dato dal termine noto moltiplicato per 0^0 , con conseguente segnalazione di errore. Pertanto nella cella H10 inseriamo la formula:

$$=SE(B8=0;H7;H7*\$B\$8^H5)$$

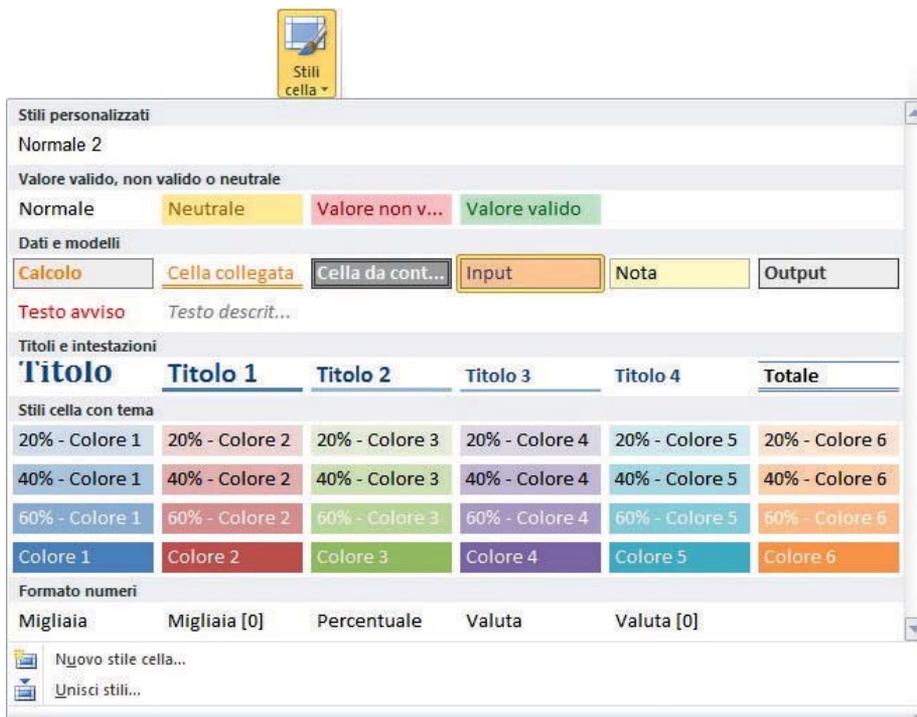
Questo significa che se il contenuto della cella B8 è 0, cioè $m = 0$, allora il programma scrive in H10 direttamente il termine noto contenuto in H7, altrimenti, cioè con m non nullo, calcola il prodotto come previsto.

Nella cella A11 scriviamo "Resto" e nella cella B11 inseriamo la funzione che calcola la somma dei prodotti:

$$=SOMMA(B10:H10)$$

Per comunicare la divisibilità o meno dei due polinomi occorre inserire in A13 la seguente formula: $=SE(B11=0;"I\ POLINOMI\ SONO\ DIVISIBILI\ TRA\ LORO";"I\ POLINOMI\ NON\ SONO\ DIVISIBILI\ TRA\ LORO")$ che significa: se il resto è 0 il programma scrive che i polinomi sono divisibili tra loro, altrimenti scrive che non sono divisibili.

Per dare una forma più accattivante al foglio di lavoro, selezioniamo le celle da A5 a H8 e facciamo clic sul pulsante **Stili cella** del gruppo **Stili** della scheda **Home**. Nell'elenco che appare facciamo clic su **Input**. In modo analogo assegniamo alle celle da A10 a H11 lo stile **Calcolo** e, dopo aver selezionato le celle da A13 a H13, facciamo clic sul pulsante **Grassetto** del gruppo **Carattere**, e sul pulsante **Unisci e allinea al centro** del gruppo **Allineamento** della scheda **Home**. Assegniamo a queste celle lo stile **Output**.



Quando l'operazione di inserimento dei dati è stata ultimata, nella cella A13 il programma comunica che "I POLINOMI SONO DIVISIBILI TRA LORO", infatti, avendo ottenuto resto della divisione uguale a 0, il polinomio dato è divisibile per $(x - 2)$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	DIVISIBILITA' TRA POLINOMI							
2								
3	Stabilire se il polinomio $(ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g)$ è divisibile per il binomio $(x - m)$							
4								
5	Grado dei termini	6	5	4	3	2	1	0
6	Coefficienti del polinomio	a	b	c	d	e	f	g
7		-2	2	-4	10	-2	20	16
8	Valore di m	2						
9								
10	Prodotti	-128	64	-64	80	-8	40	16
11	Resto	0						
12								
13	I POLINOMI SONO DIVISIBILI TRA LORO							

Salviamo la cartella con il nome *Teorema di Ruffini*.