

Soluzione di un sistema di equazioni

Il sistema può essere schematizzato con la seguente equazione:

$$A \cdot X = B$$

dove

- A è la matrice quadrata di ordine N dei coefficienti delle incognite del sistema.
- X è la matrice colonna delle incognite.
- B è la matrice colonna dei termini noti del sistema.

Se il determinante della matrice dei coefficienti è diverso da zero, il sistema è determinato, altrimenti il sistema non ha soluzioni determinate.

Nel caso in cui il determinante sia diverso da zero, la soluzione del sistema è data dalla formula:

$$X = A^{-1} \cdot B$$

dove A^{-1} è la matrice inversa della matrice A dei coefficienti delle incognite.

Si deve eseguire il prodotto $A^{-1} \cdot B$ tenendo A^{-1} a sinistra della matrice B e non a destra, perché il prodotto tra matrici generalmente non è commutativo.

Il programma C++ tratta il caso semplice di un sistema di 2 equazioni in 2 incognite e utilizza le seguenti matrici:

coeff matrice dei coefficienti
termini matrice colonna dei termini noti
soluzioni matrice colonna delle incognite

e le matrici per i calcoli:

complementi matrice dei complementi algebrici
inversa matrice inversa.

Il programma riutilizza le funzioni presentate nel codice C++ per il calcolo matriciale dell'esercitazione di pag. 461.

Programma C++

```
// SistemaEquazioni.cpp: soluzione di un sistema di equazioni
#include <iostream>
using namespace std;
const int MAX = 2;

// dichiarazione delle variabili globali
int coeff[MAX][MAX];            // matrice dei coefficienti
int termini[MAX];               // matrice colonna dei termini noti
float soluzioni[MAX];          // matrice colonna delle incognite
// variabili di lavoro
int complementi[MAX][MAX];     // matrice dei complementi algebrici
float inversa[MAX][MAX];       // matrice inversa

// prototipi delle funzioni usate
int Det (void);
void Complementi (void);
void Inversa (void);
```

```

// funzione principale
int main()
{
// inserimento dei dati nella matrice dei coefficienti
for (int i=0; i<MAX; i++)
    for (int j=0; j<MAX; j++) {
        cout << "Inserire equazione " << i+1 << " coefficiente " << j+1 << " : ";
        cin >> coeff[i][j];
    }

// inserimento dei termini noti
for (int i=0; i<MAX; i++) {
    cout << "Inserire termine noto equazione " << i+1 << " : ";
    cin >> termini[i];
}

// calcolo del determinante
cout << "Il determinante della matrice dei coefficienti vale: " << Det() << endl;
if (Det() == 0) {
    cout << "Sistema senza soluzione determinata" << endl;
}
else {
    Complementi();
    Inversa();
    // calcolo soluzioni
    for (int i=0; i<MAX; i++) {
        soluzioni[i] = 0;
        for (int j=0; j<MAX; j++) {
            soluzioni[i] += inversa[i][j] * termini[j];
        }
    }
    // stampa soluzioni
    cout << "Soluzioni del sistema: " << endl;
    for (int i=0; i<MAX; i++)
        cout << soluzioni[i] << endl;
}
return 0;
}

// funzione che calcola il determinante
int Det (void)
{
int determinante;
determinante = coeff[0][0] * coeff[1][1] - coeff[0][1]* coeff[1][0];
return determinante;
}

// funzione che calcola la matrice dei complementi algebrici
void Complementi (void)
{
complementi[0][0] = coeff[1][1];
complementi[0][1] = - coeff[0][1];
complementi[1][0] = - coeff[1][0];
complementi[1][1] = coeff[0][0];
}

```

```
// funzione che calcola l'inversa
void Inversa (void)
{
int determ;
determ = Det();
if (determ != 0){
    for (int k=0; k<MAX; k++)
        for (int p=0; p<MAX; p++)
            inversa[k][p] = (float) complementi[k][p]/determ;
}
else {
    cout << "Matrice dei coefficienti non invertibile" << endl;
}
}
```