

## Definizione formale di automa

Dal punto di vista formale l'automata viene definito come un insieme di 5 elementi:

- 1) **l'alfabeto dei simboli di input**, cioè l'insieme dei simboli che l'automata è in grado di ricevere dall'esterno, riconoscendoli:

$$I = (i_1, i_2, \dots, i_n)$$

- 2) **l'alfabeto dei simboli di output**, cioè l'insieme dei simboli che l'automata comunica verso l'esterno:

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$$

- 3) **l'insieme dei possibili stati** che l'automata può assumere, cioè le situazioni più importanti dell'automata durante il suo funzionamento:

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_p)$$

- 4) **la funzione degli stati successivi**, cioè la relazione che indica lo stato assunto dall'automata (nell'istante  $t$  successivo a quello considerato) quando, trovandosi in un determinato stato, accetta dall'esterno un determinato simbolo di input:

$$(i_t, s_{t-1}) \rightarrow s_t \\ F$$

- 5) **la funzione delle uscite**, cioè la relazione che indica il simbolo che viene emesso verso l'esterno, in corrispondenza di un determinato stato e di un determinato simbolo di input:

$$(i_t, s_{t-1}) \rightarrow u_t \\ G$$

Definiamo quindi l'automata come l'insieme (la quintupla) degli elementi descritti sopra:

$$A = (I, U, S, F, G)$$

Le relazioni stabilite dalla funzione degli stati successivi e dalla funzione delle uscite possono essere rappresentate con un'unica relazione, a cui si dà il nome di **funzione di transizione**, che in corrispondenza di una determinata coppia formata dal simbolo di input e dallo stato in cui si trovava l'automata, indica lo stato successivo e il simbolo di output:

$$(i_t, s_{t-1}) \rightarrow (s_t, u_t)$$

Il funzionamento dell'automata consiste quindi nell'accettare un simbolo dall'esterno ed emettere un simbolo in uscita, producendo un cambiamento di stato.

Possiamo supporre che la macchina possieda le seguenti caratteristiche:

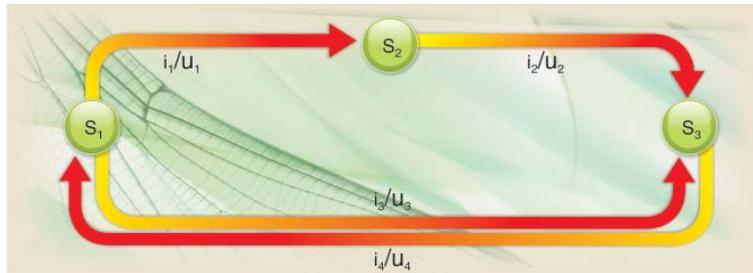
- l'insieme dei simboli di input, l'insieme dei simboli di output e l'insieme degli stati possibili sono in numero finito; per questo motivo si chiama anche **automa a stati finiti**;
- lo stato successivo dell'automata è univocamente determinato dallo stato in cui si trovava nell'istante precedente e dal simbolo di input accettato (**automa deterministico**); questo significa che nella funzione di transizione non ci possono essere due coppie uguali (*simbolo di input, stato*) a cui corrispondono due coppie diverse (*stato successivo, simbolo di output*);
- l'automata funziona secondo una successione discreta di eventi, muovendosi a scatti da uno stato all'altro (**automa discreto**); questo comporta anche che le variabili, che caratterizzano l'automata, assumano valori che non variano con continuità nel tempo.

Un automata con queste caratteristiche si chiama anche **macchina sequenziale**, perché il modo di funzionare della macchina in un determinato istante dipende dal modo di funzionare nell'istante precedente.

Per descrivere il funzionamento di un automa in modo più formalizzato si usano di solito i grafi e le tabelle.

Il **grafo** è uno schema nel quale i cerchi indicano gli stati dell'automa e gli archi orientati che li congiungono indicano le transizioni da uno stato all'altro.

Sugli archi vengono indicati il simbolo di input, che determina il passaggio di stato, e il simbolo di output prodotto all'esterno. I due simboli sono separati dal segno /.



Con riferimento all'esempio della figura si può quindi dire che l'automa, trovandosi nello stato  $s_1$  e ricevendo in input il simbolo  $i_1$ , passa allo stato  $s_2$ , producendo verso l'esterno il simbolo  $u_1$ . Quando si trova in  $s_1$  e riceve in input il simbolo  $i_3$ , passa allo stato  $s_3$  e produce verso l'esterno il simbolo  $u_3$ .

Le **tabelle** servono a rappresentare schematicamente la funzione degli stati successivi e la funzione delle uscite, descritte precedentemente.

Nella prima tabella, detta **tabella degli stati successivi**, sono indicati sulle righe i simboli di input e sulle colonne gli stati.

All'incrocio tra una riga e una colonna viene indicato lo stato in cui l'automa viene a trovarsi in corrispondenza del simbolo di input e dello stato precedente.

### Tabella degli stati successivi

input \ stati	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
$i_1$	$s_{11}$	$s_{12}$	$s_{13}$	$s_{14}$
$i_2$	$s_{21}$	$s_{22}$	$s_{23}$	$s_{24}$
$i_3$	$s_{31}$	$s_{32}$	$s_{33}$	$s_{34}$

Nella seconda tabella, detta **tabella delle uscite**, sono indicati, come nella precedente, sulle righe i simboli di input e sulle colonne gli stati; all'incrocio tra una riga e una colonna viene indicato il simbolo di output comunicato all'esterno in corrispondenza del simbolo di input e dello stato precedente.

### Tabella delle uscite

input \ stati	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
$i_1$	$u_{11}$	$u_{12}$	$u_{13}$	$u_{14}$
$i_2$	$u_{21}$	$u_{22}$	$u_{23}$	$u_{24}$
$i_3$	$u_{31}$	$u_{32}$	$u_{33}$	$u_{34}$

Le due tabelle possono essere raggruppate in un'unica tabella, che schematizza la funzione di transizione e che prende il nome di tabella di transizione o **matrice di transizione**.

Sulle righe sono indicati i simboli di input e sulle colonne gli stati: all'incrocio tra una riga e una colonna vengono indicati lo stato successivo e il simbolo di output separati da una virgola.

### Matrice di transizione

input \ stati	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>
i <sub>1</sub>	S <sub>11</sub> , U <sub>11</sub>	S <sub>12</sub> , U <sub>12</sub>	S <sub>13</sub> , U <sub>13</sub>	S <sub>14</sub> , U <sub>14</sub>
i <sub>2</sub>	S <sub>21</sub> , U <sub>21</sub>	S <sub>22</sub> , U <sub>22</sub>	S <sub>23</sub> , U <sub>23</sub>	S <sub>24</sub> , U <sub>24</sub>
i <sub>3</sub>	S <sub>31</sub> , U <sub>31</sub>	S <sub>32</sub> , U <sub>32</sub>	S <sub>33</sub> , U <sub>33</sub>	S <sub>34</sub> , U <sub>34</sub>

## PROGETTO

**Si consideri il funzionamento di un distributore automatico di carburante. Dall'esterno accetta la banconota che indicheremo con Ba e la pressione del pulsante del carburante che indicheremo con Pu. Verso l'esterno emette un segnale luminoso (Lu), per indicare che la colonnina è pronta, e il carburante (Ca).**

Durante il funzionamento, questo automa può trovarsi in due stati: stato di accettazione delle banconote (**Ac**) e stato di distribuzione di carburante (**Di**).

Il distributore formalizzato come un automa possiede come simboli di input l'insieme

$$I = (Ba, Pu)$$

come insieme dei simboli di output

$$U = (Lu, Ca)$$

e come insieme degli stati

$$S = (Ac, Di).$$

Quando riceve dall'esterno una banconota, trovandosi in stato di accettazione, emette un segnale luminoso e passa allo stato di distribuzione del carburante.

Quando riceve la pressione del pulsante, trovandosi in stato di distribuzione, emette il carburante e passa allo stato di accettazione delle banconote.

Il grafo che descrive il funzionamento dell'automata ha la seguente forma:



Le due tabelle sono rappresentate secondo questi schemi:

#### Tabella degli stati successivi

input \ stati	Ac	Di
Ba	Di	Di
Pu	Ac	Ac

#### Tabella delle uscite

input \ stati	Ac	Di
Ba	Lu	-
Pu	-	Ca